とやま科学オリンピック 2019

（高校部門）

解答例および解説

数　　学
物　　理
化　　学
生　　物

2019 年８月８日(木)

富山県　　富山県教育委員会

1 【出題の意図】規則に従って計算を行う。また、整数の問題に関しては，余りに着目すると問題が解決できることを知る。

例　現在，高校2年生の立山くんの場合

立山くんは2003年2月18日生まれ。

立山くんは2003年は11＋31＋30＋31＋30＋31＋31＋30＋31＋30＋31＝317日，過ごしたことになる。

2004年から2018年までは閏年が4回あることを考えると365×11＋366×4日，過ごしたことになる。

2019年8月8日までは31＋28＋31＋30＋31＋30＋31＋8＝220日，過ごしたことになる。

すなわち，立山くんは生まれてから317＋365×11＋366×4＋220日，過ごしたことになる。

さて，立山くんが生まれた曜日をAとすると，次の日から曜日は

B，C，D，E，F，G，A，B，C，D，E，F，G，A…と繰り返すことになる。（つまり7サイクル。）

そこで，立山くんが生まれてから過ごした日数317＋365×11＋366×4＋220を7で割ると7サイクルが何回起こったか，そして余りに着目するとA，B，C，D，E，F，G曜日のどの曜日かが分かる。

$$
\begin{aligned}
317+365\times11+366\times4+220 &= (7\times45+2)+(7\times52+1)\times11+(7\times52+2)\times4+(7\times31+3)\\
&= 7\times(45+52\times11+52\times4+31)+2+11+8+3\\
&= 7\times(45+52\times11+52\times4+31)+24\\
&= 7\times(45+52\times11+52\times4+31)+7\times3+3\\
&= 7\times(45+52\times11+52\times4+31+3)+3
\end{aligned}
$$

なので，立山くんが生まれてから過ごした日数317＋365×11＋366×4＋220 はC曜日となる。

それが8月8日の木曜日と一致するので，Cは木曜日となる。すなわち立山くんが生まれたAは火曜日となる。

上の例を参考に，自分の生まれた日が何曜日か計算で求めてみましょう。ただし閏年には気を付けてくださいね。

一般的に，閏年でない年は，1年間が365日あり，365÷7＝52余り1という計算から，1年後（この年も閏年でないとして）の同じ月日では，曜日が1日分先に進むことが分かる。例えば，2018年4月24日は火曜日で，2019年4月24日は水曜日である。

また，間に閏年の2月29日が入る場合は，2日分先に進む。例えば，2015年4月24日は金曜日で，　2016年4月24日は日曜日である。ただよくやる間違いがある。2015年2月14日は土曜日で2016年は閏年なので2016年2月14日は月曜日と考える人がいる。2016年2月14日は2月29日前なので2015年2月14日に比べて曜日は一日分しか増えない。すなわち2016年2月14日は日曜日である。

以上のことを利用して曜日の計算を一般化する方法があるが，整数論のmodを習ってからの方がいいので，ここでは示さないこととする。（けっこう複雑です。）

また，modを習うと「へえ～」と思うことも解決できる。例えば「時計の短針と長針と秒針が重なるのは　1日に何回あるか」などである。

閏年の規則性も知っておきましょう。（「高校数学の美しい物語」より）

規則1：基本的には西暦が4の倍数の年が閏年

規則2：100の倍数のときは例外で閏年でない

規則3：さらに400の倍数のときは例外の例外で閏年である

この規則だと，2000年は例外の例外にあたる閏年だったのですね。びっくり！

2 【出題の意図】面積に関する不等式を作り，ベンフォード則に応用する。都市の人口，株価，川の長さ，スポーツの成績など，サンプル数が多く値の範囲が制限されていないデータの最高位の数は1で始まる確率が約30％であることを知る。

（1）ア＝1，イ＝2　（ア＝2，イ＝1でもかまいません）

（2）ウ＝2.598（1辺の長さが1の正三角形の6倍）

エ＝3.464（1辺の長さが$\frac{2\sqrt{3}}{3}$の正三角形の6倍）

（3）ベンフォード則を読み取ると

$S_1 \sim S_9$ のうち5番目に面積が大きいものに注目する。

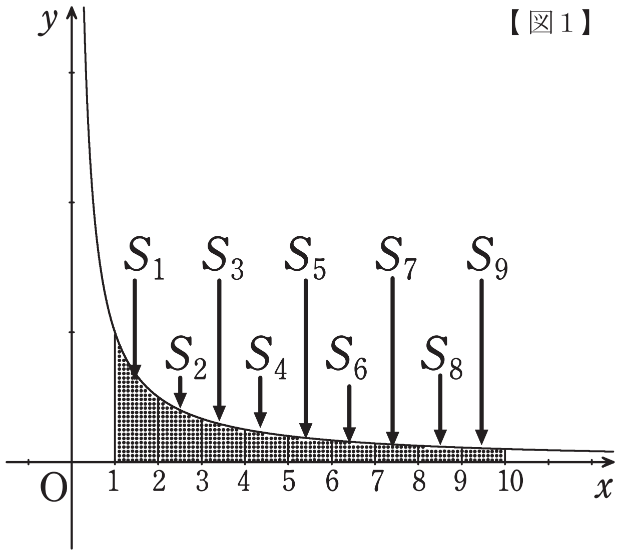
【図1】より，明らかに

$S_1 > S_2 > S_3 > S_4 > S_5 > S_6 > S_7 > S_8 > S_9$

なので

最高位の数として5番目に多くでる数は5

【図1】



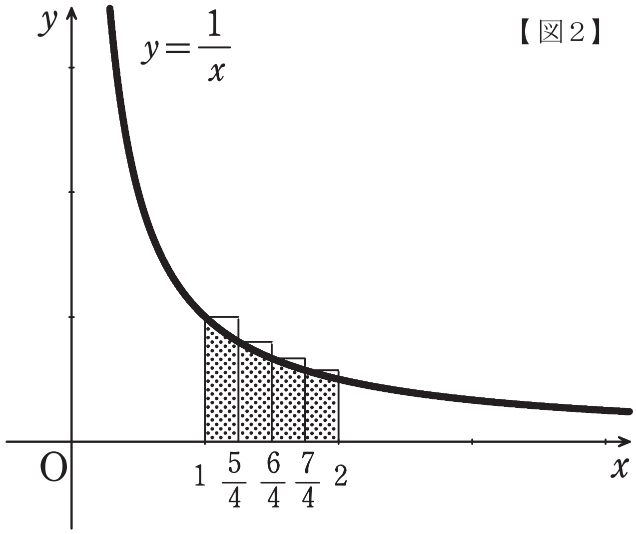
（4）例えば,【図2】のように x 軸の1～2区間を4等分して4個の長方形を作る。4個の長方形の面積の和のほうが斜線部 S_1 より大きいので

$$S_1 < \frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$$

ここで

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}=\frac{638}{840}\fallingdotseq 0.76$$

【図2】



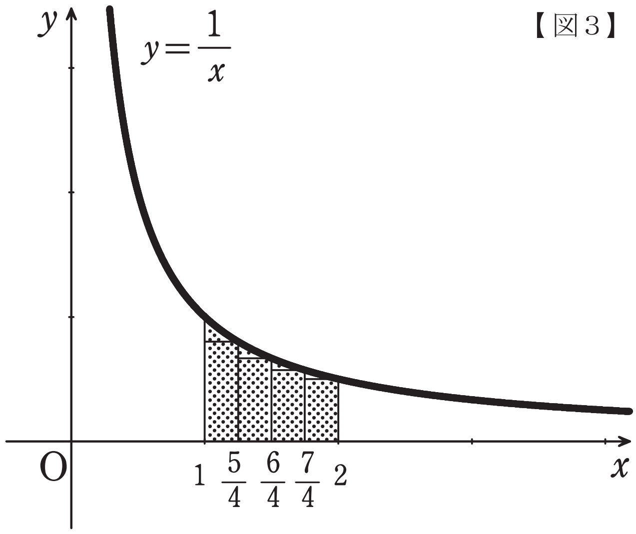
また,【図3】のように x 軸の1～2区間を4等分して4個の長方形を作る。4個の長方形の面積の和のほうが斜線部 S_1 より小さいので

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8} < S_1$$

ここで

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}=\frac{1066}{1680}\fallingdotseq 0.63$$

【図3】



以上から　$0.63 < S_1 < 0.76$　　$a=0.63$, $b=0.76$

（5）（4）より　$\frac{0.63}{2.30} < \frac{S_1}{S} < \frac{0.76}{2.30}$

$0.27 < \frac{S_1}{S} < 0.33$　　なので　1が最高位の数としてでる割合は約30％

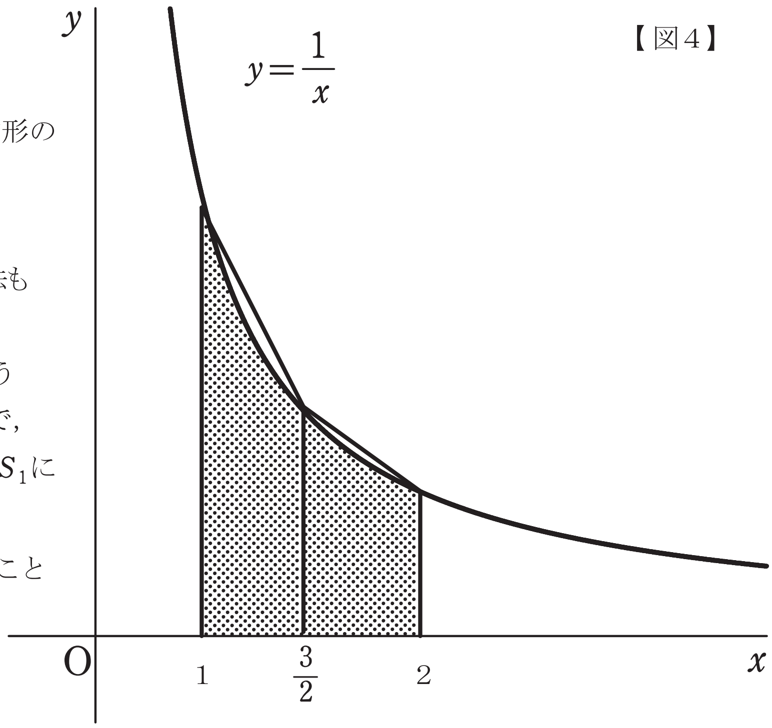
注意　(4)(5)の解答は一例である。解答では，x 軸の1～2区間を4等分したが，1～2区間を5等分，6等分と細かく分割していくと，長方形の面積 の 和が，S_1 にどんどんと近付く。

また，b を求めるときに台形の和を利用する方法もある。例えば，1～2区間を2等分して【図４】のように台形を二つ作り和を求める。このように，1～2区間を3等分して，3個の台形の和で，4等分して4個の台形の和でとやっていくと，S_1にどんどんと近付く。

しかし，積分を使うと S_1 はスムーズに求めることができる。

$S_1=\int_1^2 \frac{1}{x}\ dx$である。

高校の数学Ⅲで学ぶ。



【図４】

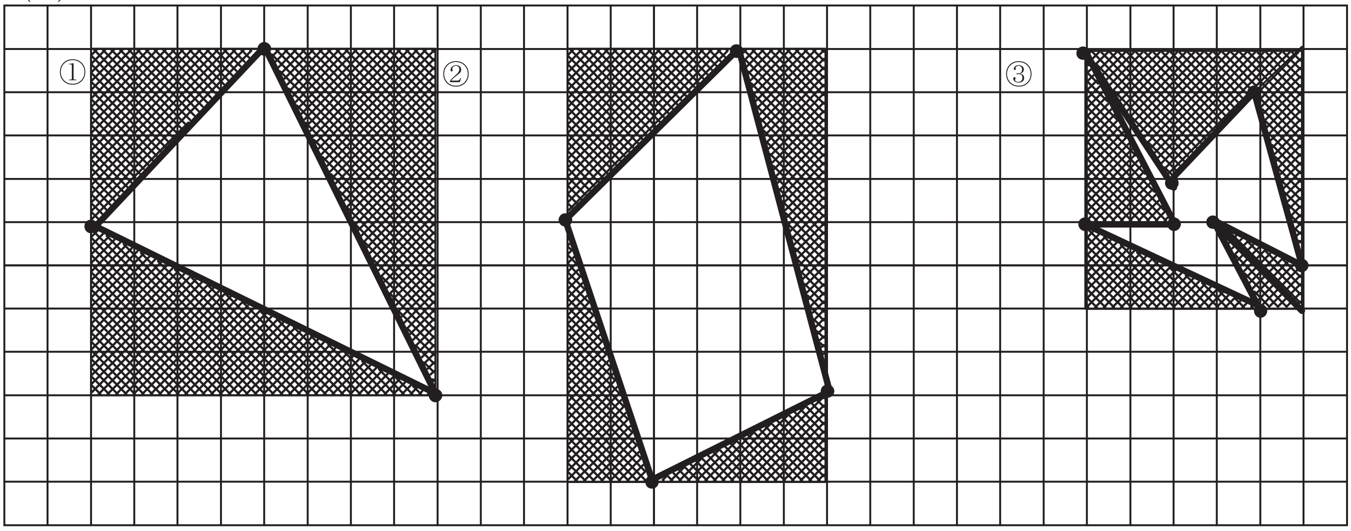
実際にベンフォード則に従って計算し，1～9が最高位の数として出る割合を求めると，以下の表になる。

最高位の数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
割合（%）	30.1	17.6	12.5	9.7	7.9	6.7	5.8	5.1	4.6

このベンフォード則は，会計士が不正経理を発見する方法として活用するそうである。例えば，帳簿に出てくる数字の最高位の位の数を調べ，1 ～ 9が均等に出てくるとその帳簿があやしいと判断する。このように，ベンフォード則は実社会で応用されている。

3 【出題の意図】ピックの定理は，格子点で作られていれば凸多角形のみならず凹多角形でも，格子点の個数を数えるだけでその面積を求めることができるというものである。その面白さと有用性を感じてもらいたい。

（1）



格子多角形が収まる長方形の面積から周りの三角形の面積を引いて

① $64-(8+16+16)=24$　　② $60-(8+5+4+8)=34$　　③ $30-\left(4+4+1+1+\frac{5}{2}+\frac{15}{2}\right)=10$

（2）

	①	②	③
辺の上にある格子点(頂点を含む)の個数x	12	10	12
内部にある格子点の個数y	19	30	5
面積S	24	34	10

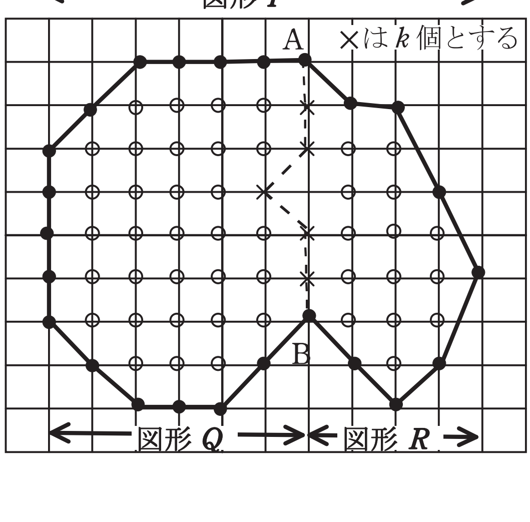
ア＝a，イ＝b とすると，$24=12a+19-b$，$34=10a+30-b$，$10=12a+5-b$ が成り立つ。これを解いて，$a=\frac{1}{2}$，$b=1$ 。よって，　ア．$\frac{1}{2}$　　イ．1　答

ピックの定理の証明である。まずは

すべての格子多角形で面積 $S=\frac{1}{2}x+y-1$ であることを示すために，格子多角形 P に対し $m=m(P)=\frac{1}{2}x+y-1$ とおき，格子多角形の分割や合併にかかわらず m の値の和が不変であることを示す。

〈記号の説明〉図形 P に対して，$x(P)=x$ を辺の上にある（頂点を含む）格子点の個数，$y(P)=y$ を内部にある格子点の個数とする。したがって，$m(P)=\frac{1}{2}x(P)+y(P)-1$ と表される。以下，x，y，m の説明を省略する。

補助定理１　m の値は格子多角形に対して加法性をもつ。



〈証明〉格子点をつないでできた折れ線A−Bにより，格子多角形 P は２つの格子多角形 Q と R に分割されているとする(右図)。ここで，×の格子点 k 個は分割前は図形 P の内部の点であったが，分割後は図形 Q の辺上の点であり，図形 R の辺上の点でもあることに注意すると，

$x(P)=\{x(Q)-k-1\}+\{x(R)-k-1\}=x(Q)+x(R)-2k-2$

を得る。さらに，内部の格子点を数えると

$y(P)=y(Q)+y(R)+k$

を得る。これらを $m(P)=\frac{1}{2}x(P)+y(P)-1$ に代入して

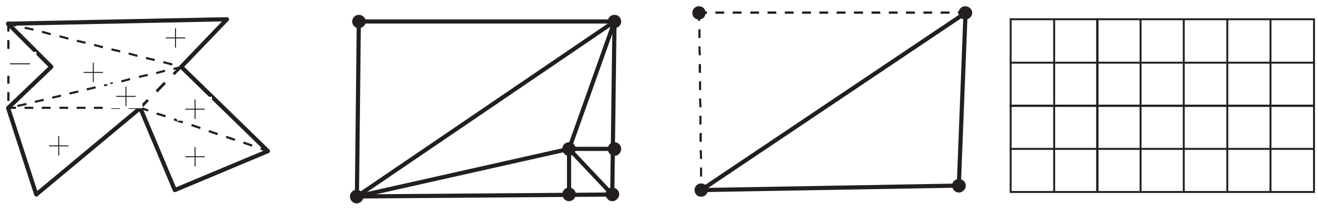
$$m(P)=\frac{1}{2}\{x(Q)+x(R)-2k-2\}+\{y(Q)+y(R)+k\}-1$$

$$=\left\{\frac{1}{2}x(Q)+y(Q)-1\right\}+\left\{\frac{1}{2}x(R)+y(R)-1\right\}$$

$$=m(Q)+m(R)$$

したがって，格子多角形 P の $m=m(P)$ の値は分割（や合併）されてもその和は一定である。（証明終わり）

補助定理２　任意の格子多角形 P は，単位正方形の m の値から加法的に計算できる（加法的とは，合併や分割に対して，和と差で計算できること）。



図①　図②　図③　図④

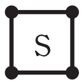
〈証明〉① 任意の格子多角形の m の値は，三角形の m の値から加法的に計算できる。

② 三角形の m の値は，格子線に平行な２辺をもつ直角三角形の m の値から加法的に計算できる。

③ 格子線に平行な２辺をもつ直角三角形の m の値は，格子線に平行な２辺をもつ長方形の m の値から加法的に計算できる。

④ 格子線に平行な２辺をもつ長方形の m の値は，単位正方形の m の値から加法的に計算できる。

ピックの定理　$S=\frac{1}{2}x+y-1$



〈証明〉明らかに，単位正方形について $S=m=1$ である。補助定理２より，任意の格子多角形 P に対して $S=\frac{1}{2}x+y-1$ である。（証明終わり）

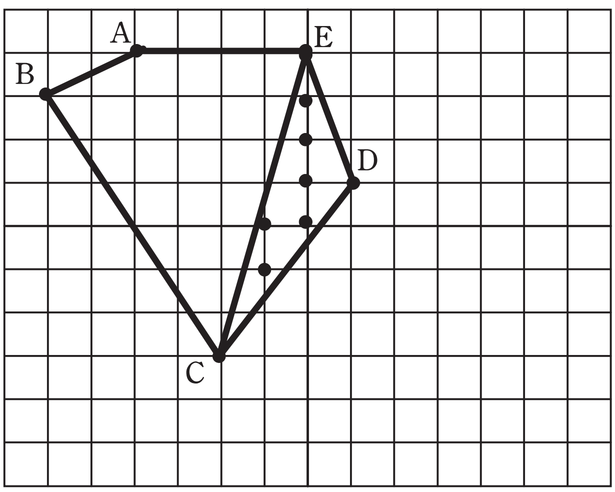
（３）四角形 ABCE は辺の上にある格子点（頂点を含む）が９個，内部にある格子点が 18 個なので，ピックの定理から面積は $\frac{1}{2}\times 8+19-1=22$

よって，三角形 ECD の面積が $28.5-22=6.5$ になればよい。ピックの定理から，三角形 ECD の辺上の格子点の個数と内部の格子点の個数は

① 辺上３個，内部６個　② 辺上５個，内部５個

③ 辺上７個，内部４個　④ 辺上９個，内部３個

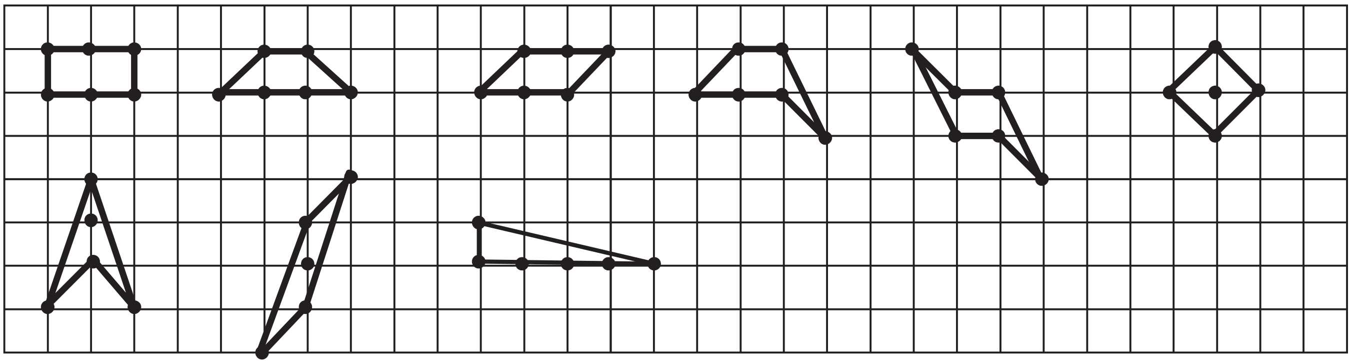
のいずれかである。そのような格子点を調べていくと①を満たす点 D が図のように決まる。



【別解】

E の真下に EF=6.5 となるように F をとると，五角形 ABCFE の面積が 28.5 となるから，F をD に等積移動させる。

（4）ピックの定理から，面積が2の場合，①辺上の格子点が6個，内部の格子点が0個，②辺上の格子点が4個，内部の格子点が1個のどちらかであることが分かる。よって，下図のような図形等がある。



（5）背理法で示す。

1辺の長さが a の格子正三角形が存在すると仮定する。

このとき，面積を S とすると， $S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

a^2 は格子点間の距離の2乗なので，三平方の定理により a^2 は整数である。

よって，格子正三角形の面積 S は $\sqrt{3}$ が無理数であることから無理数である。

ピックの定理により S は有理数であるから，これは矛盾である。

したがって，格子三角形が存在するとした仮定が誤りで，すべての頂点が格子点上にある格子正三角形は存在しないことが証明された。

$\boxed{4}$ 【出題の意図】リーグ戦やトーナメント戦は様々な競技で採用されている。今回は各チームが対戦チームに勝利する確率はすべて $\dfrac{1}{2}$ としたが，チームの戦力などから各チームに勝利する確率を変えて計算するといったことも可能である。また，今回は総勝利数が同じであった場合はくじ引きにより決定する設定であったが，サッカーなどで採用されている「勝点」を設定して考えてみることもできる。このように身近なテーマから数学を楽しんでもらいたいと思い，出題した。

（1）トーナメント戦でTチームが優勝するとき，Tチームが2連勝すればよいので，

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

（2）①　Tが単独で1位となるとき，Tが他の3チームに勝った（3勝0敗による1位である）ときであるから，

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$$

（2）②　Tが1位となるのは，

[1] Tが3勝0敗

[2] Tが2勝1敗

となる場合であり，これらは互いに排反である。

> 異なる n 個のものから r 個選ぶ組み合わせの総数
>
> $${}_nC_r=\frac{{}_nP_r}{r\,!}=\frac{n\,!}{r\,!(n-r)!}$$
>
> n の階乗　$n\,!=n\times(n-1)\times\cdot\cdot\cdot\times2\times1$

Tが1勝2敗で1位となるとしたとき，試合数は全部で ${}_4C_2=\dfrac{4!}{2!\times2!}=\dfrac{4\times3\times2\times1}{2\times1\times2\times1}=6$ であるから，4チームの総勝利数は6である。残り3チームの勝利数の組合せは，最大で1チームの勝利数が3であることを考慮すると，

(0，2，3)，(1，1，3)，(1，2，2)

であり，必ずTを上回る勝利数のチームが存在するので，不可能である。

[1]のとき，（2）①より $\dfrac{1}{8}$ である。

[2]のとき，Tに勝つチームをAとすると，Aが残り2チームに2連勝しなければよい。

Aが2連勝しない確率は，$\left\{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right\}=\dfrac{3}{4}$ であるから，

$$\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{32}$$

他の2チームについても同様なので，

$$\frac{3}{32}\times3=\frac{9}{32}$$

以上より，[1] と [2] から，

$$\frac{1}{8}+\frac{9}{32}=\frac{13}{32}$$

（3）① Tが属するリーグにおいて，Tが2勝1敗で予選を通過するのは，

[1] 2勝1敗で単独2位（1位は3勝0敗で，他は1勝2敗と0勝3敗）

[2] 2勝1敗で2チームが並ぶ（この場合は2位以上が確定し，他の2チームは1勝2敗）

[3] 2勝1敗で3チームが並び，くじ引きで1位または2位（他の1チームは0勝3敗）

となる場合であり，これらは互いに排反である。Tが属するリーグの他の3つのチームをA，B，Cとする。

[1]のとき，3勝0敗であるチームの選び方は3通りあり，ここではAとする。このとき，TがBとCに勝利し，2勝1敗となればよいので，

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2^5}$$

他の2ケースの場合も考えて，

$$3\times\frac{1}{2^5}=\frac{3}{32}$$

[2]のとき，Tと他に2勝1敗である1チームの選び方は3通りであり，ここではAとする。
このとき，B，Cは1勝2敗である。

まずは，TがAに勝つ場合と，AがTに勝つ場合で2通りが考えられ，TがAに勝つ場合を考える。
また，Tは1敗するのでBまたはCに負ける場合の2通りが考えられる。ここで，TがBに負けたとすると，

TはAとCに勝ち，Bに負けるので，確率は$\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}$

Aは2連勝するので，確率は$\left(\frac{1}{2}\right)^2$

BはCに負けるので，確率は$\frac{1}{2}$

であることから，$\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2^6}$

他のケースの場合も考えて，$3\times2\times2\times\frac{1}{2^6}=\frac{3}{2^4}=\frac{3}{16}$

[3]のとき，[2]のときと同様に考え，Tと他に2勝1敗である2チームの選び方は${}_3C_2=\frac{3!}{2!\times1!}=3$通りであり，ここではA，Bとする。このとき，勝利数の関係からCは0勝3敗である。

T，A，Bが対戦し，1回ずつ勝利するパターンは2通りである。

その各々においてT－A，T－B，A－Bでそれぞれ勝敗が決定する確率は，$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

また，Cが3連敗する確率は$\left(\frac{1}{2}\right)^3$

他のケースの場合も考えて，$3\times2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{3}{2^5}$

くじ引きで1位または2位となればよいので，$\frac{3}{2^5}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2^4}=\frac{1}{16}$

以上より，[1]～[3]から，Tが2勝1敗で予選を通過する確率は，

$$\frac{3}{32}+\frac{3}{16}+\frac{1}{16}=\frac{11}{32}$$

（3）② ①以外でTが属するリーグにおいて，Tが 予選を通過するのは，

[1] 3勝0敗で単独1位となる

[2] 1勝2敗で3チームが並び，くじ引きで2位となる（1位は3勝0敗）

[1]のとき，（2）①より $\dfrac{1}{8}$ である。

[2]のとき，3勝0敗であるチームの選び方は3通りあり，ここではAとする。T，B，Cが対戦し，1回ずつ勝利するパターンは2通りである。

その各々においてT－B，T－C，B－Cでそれぞれ勝敗が決定する確率は，$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}$

また，Aが3連勝する確率は$\left(\dfrac{1}{2}\right)^3$

他のケースの場合も考えて，$3\times2\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{3}{2^5}$

くじ引きで2位となればよいので，$\dfrac{3}{2^5}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{2^5}=\dfrac{1}{32}$

以上より，（3）①と[1]，[2]から，Tが 予選を通過する確率は，

$$\frac{11}{32}+\frac{1}{8}+\frac{1}{32}=\frac{1}{2}$$

Tを含めた4チームがトーナメント戦で優勝する確率は（1）から $\dfrac{1}{4}$ なので，求める確率は，

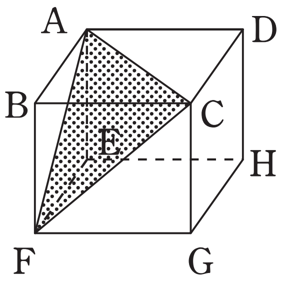
$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$$

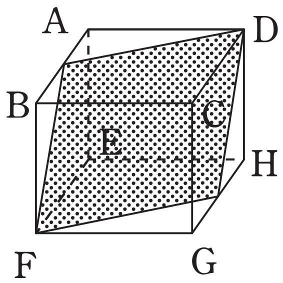
（補足）　（3）は当然の結果である。勝利する確率はすべてのチームで $\dfrac{1}{2}$ となっており，総勝利数が同数である場合には，くじ引きで順位を決定することからどのチームにも等しくチャンスがある。つまり，この条件においては，4チームのリーグ戦から2チームが予選を通過する確率は $\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$ であり，8チームから1チームが優勝する確率は $\dfrac{1}{8}$ であるといえる。

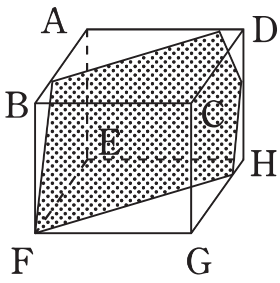
ただし，（2）では総勝利数が最も多いチームが複数ある場合には，そのすべてのチームを1位とすることから，1位となる確率は $\dfrac{1}{4}=\dfrac{8}{32}$ よりも大きくなる。

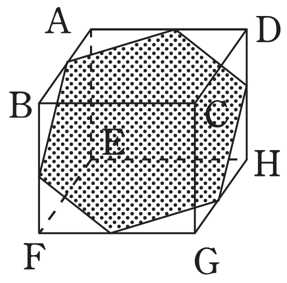
$\boxed{5}$ 【出題の意図】空間図形の切り口を考えることを通して、観察力を高めて欲しいと考えた。また、空間上を規則に従って動く二つの動点の位置を見比べ、場合に分けて考える力を身につけて欲しいと考えた。

（1）以下の切り口を考えることができる。









答え：①，②，③，④

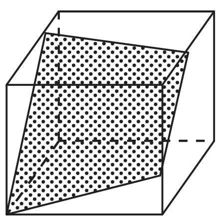
（2）平面 FPQ が点 G を通るとき，AP=DQ となる。AP= x，DQ=10−2x より，

$x=10-2x$

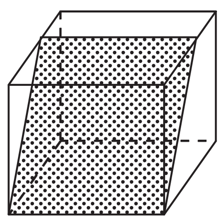
$x=\frac{10}{3}$

$0\leqq x\leqq\frac{10}{3}$

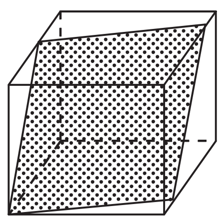
（3）x の値による切り口は



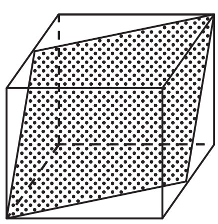
$0<x<\frac{10}{3}$



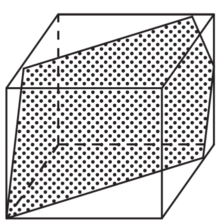
$x=\frac{10}{3}$



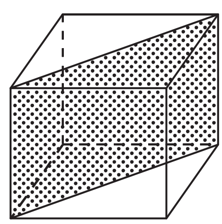
$\frac{10}{3}<x<5$



$x=5$



$5<x<10$



$x=10$

である。（2）より，$0\leqq x\leqq\frac{10}{3}$ のときは明らかにひし形にはならない。

$\dfrac{10}{3} < x \leqq 5$ のとき，PF=PQ となればひし形となる。

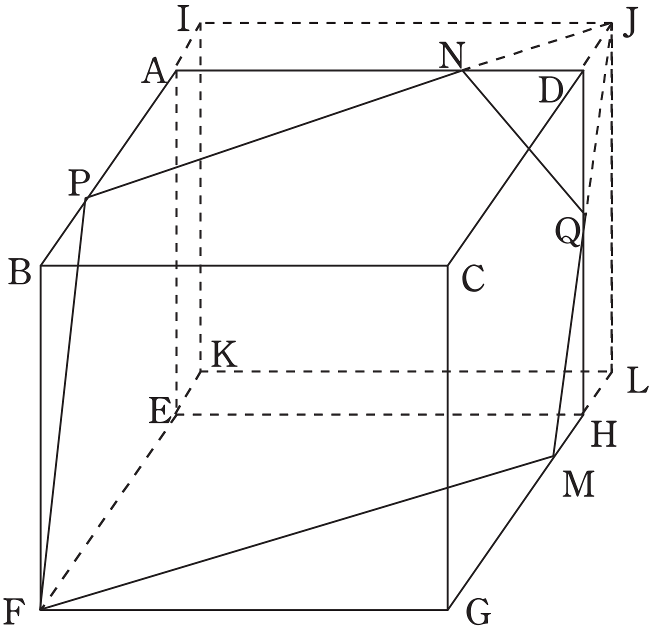
$\mathrm{PF}=\sqrt{(10-x)^2+10^2}=\sqrt{x^2-20x+200}$

$\mathrm{PQ}=\sqrt{\{x-(10-2x)\}^2+10^2}=\sqrt{9x^2-60x+200}$

$x^2-20x+200=9x^2-60x+200$

$x(x-5)=0$ より， $x=5$

（4） $x=6$ のとき，　図のように点を定める。



PB:BF=MH:HQ=4:10，QH=8 より，

$\mathrm{MH}=\dfrac{16}{5}$，$\mathrm{MG}=\dfrac{34}{5}$

MH:HQ=JD:DQ=2:5，DQ=2 より，

$\mathrm{JD}=\dfrac{4}{5}$

MG:GF=PA:AN=17:25，AP=6 より，

$\mathrm{AN}=\dfrac{150}{17}$，$\mathrm{ND}=\dfrac{20}{17}$

IP:PB=GM:ML より，平面 JPFM は

直方体 IBCJ−KFGL の体積を 2 等分する。

よって求める体積は

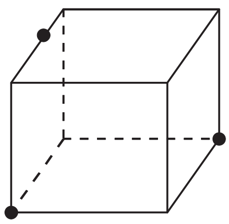
$\dfrac{1}{2}$(直方体IBCJ−KFGL)−(三角錐JNDQ)

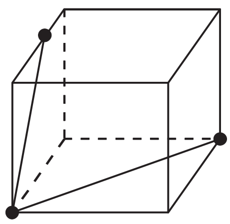
$=\dfrac{1}{2}\times 10\times 10\times\left(10+\dfrac{4}{5}\right)-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{20}{17}\times 2\times\dfrac{4}{5}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{9164}{51}\,(\mathrm{cm}^3)$

《解説》

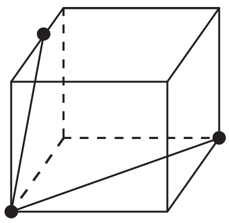
切断面の書き方

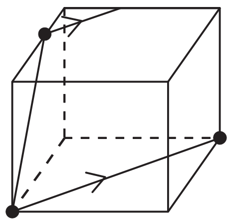
①　同一平面上の 2 点を結ぶ

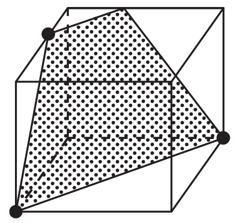




② 平行な面の切り口は平行になる

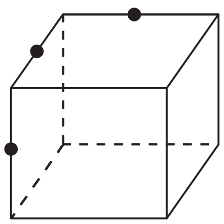


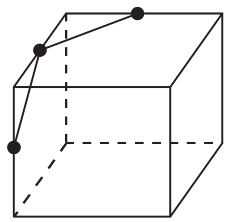




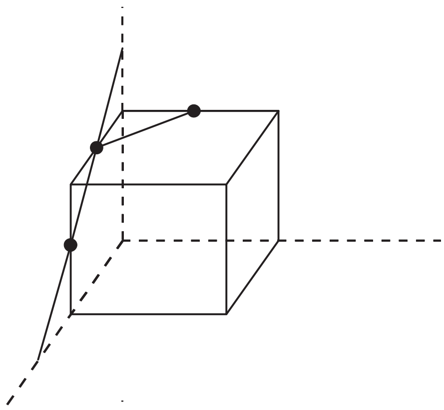
同一平面の 2 点を結ぶ

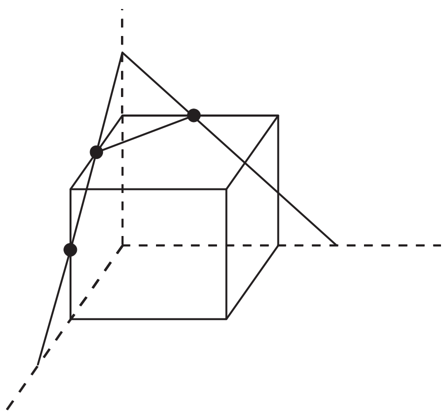
③ 面を広げる



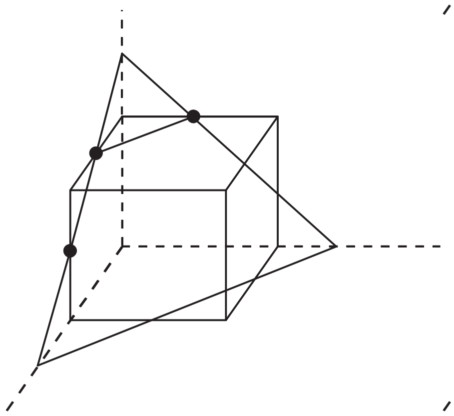


同一平面の 2 点を結ぶ

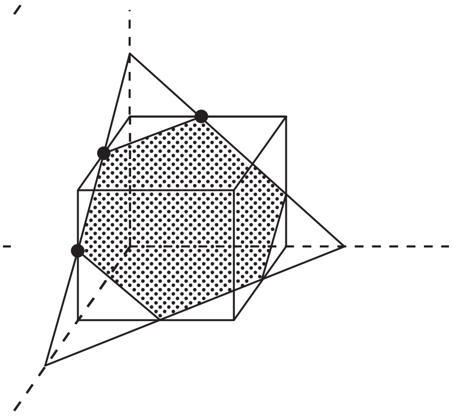




同一平面の 2 点を結ぶ



同一平面の 2 点を結ぶ

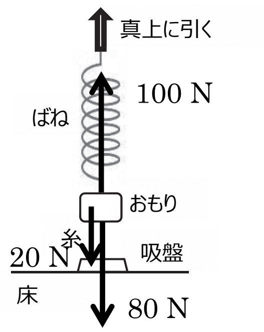


参加番号

高校部門　物理

$\boxed{1}$　1

（1）

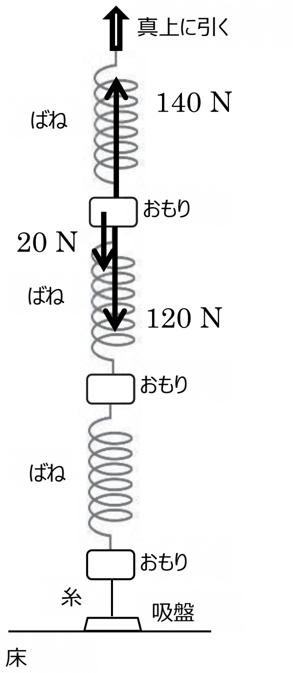


（2）

5

〔cm〕

（3）



（4）上のばねの伸び

7

〔cm〕

（4）真ん中のばねの伸び

6

〔cm〕

（4）下のばねの伸び

5

〔cm〕

（5）

$105-n$

〔cm〕

※ここには何も書かないでください。

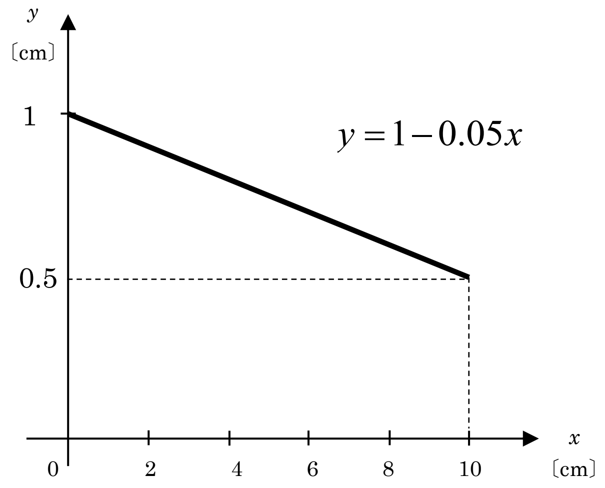
参加番号

高校部門　物理

$\boxed{1}$　2

（１）体積	（１）密度
1000 〔cm^3〕	2 〔g/cm^3〕

（２）　縦軸の目盛りは自分で記しなさい。



（３）ばね X の伸び　2.5 〔cm〕	（４）ばね X の伸び　2 〔cm〕	（５）ばね X の伸び　1.5 〔cm〕
（３）ばね Y の伸び　1.5 〔cm〕	（４）ばね Y の伸び　1 〔cm〕	（５）ばね Y の伸び　1 〔cm〕
（３）ばね Z の伸び　0.5 〔cm〕	（４）ばね Z の伸び　0.5 〔cm〕	（５）ばね Z の伸び　0.5 〔cm〕

※ここには何も書かないでください。

参加番号

高校部門　物理

$\boxed{1}$　2

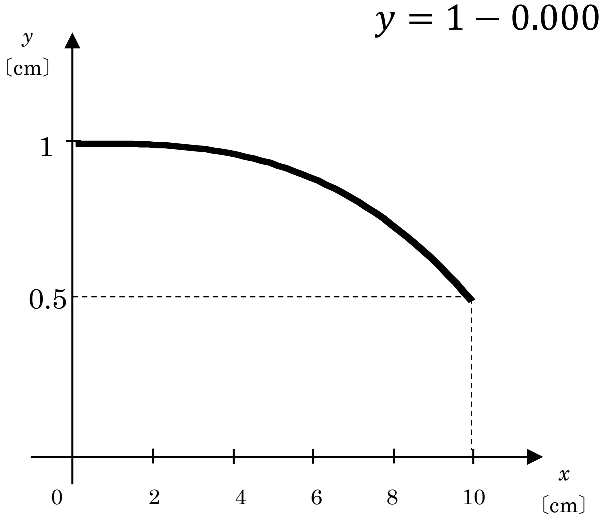
（6）

$3x^2$

〔cm^2〕

（7）　縦軸の目盛りは自分で記しなさい。

$y = 1 - 0.0005x^3$



※ここには何も書かないでください。

参加番号

高校部門　物理

$\boxed{2}$レポート（その 1）

【考察】

（1）

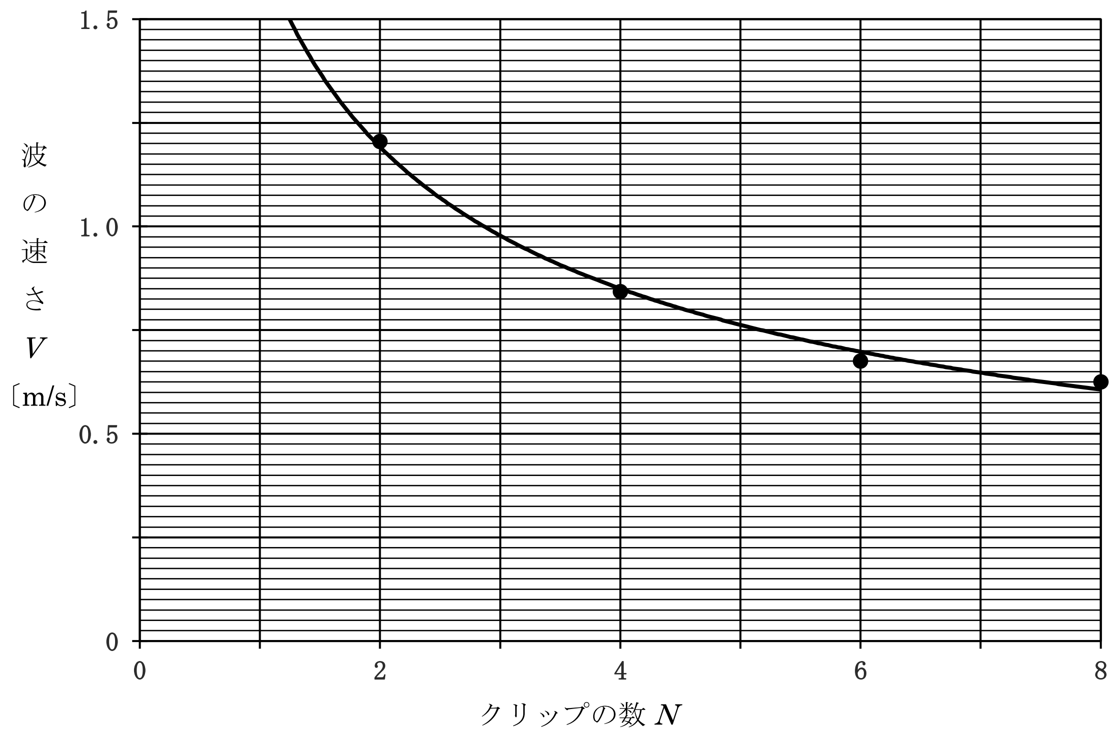
測定に用いた距離〔m〕 1.00 m

クリップの数 N と波の速さ V の関係

クリップの数 N		測定時間〔s〕1回目	2回目	3回目	平均	速さ V〔m/s〕	速さ V^2〔(m/s)²〕
	8	1.60	1.68	1.52	1.60	0.625	0.391
	6	1.47	1.49	1.48	1.48	0.676	0.457
	4	1.18	1.22	1.16	1.20	0.833	0.694
	2	0.85	0.81	0.83	0.83	1.205	1.452

【考察】

（2）　クリップの数 N と波の速さ V の関係



※ここには何も書かないでください。

参加番号

高校部門　物理

$\boxed{2}$レポート(その 2)

【考察】

（３）実験を行うとき，どのようなことに気をつけたか。また工夫した点について説明せよ。

・実験を行う前に直定規を利用して，ストローをしっかりと静止させ，振動の様子がわかりやすくなるようにした。

・往復で測定を行うと，端のストローからテープの固定点までの距離が含まれるため不正確になると考え，片道で測定を行った。

など

※ここには何も書かないでください。

参加番号

高校部門　物理

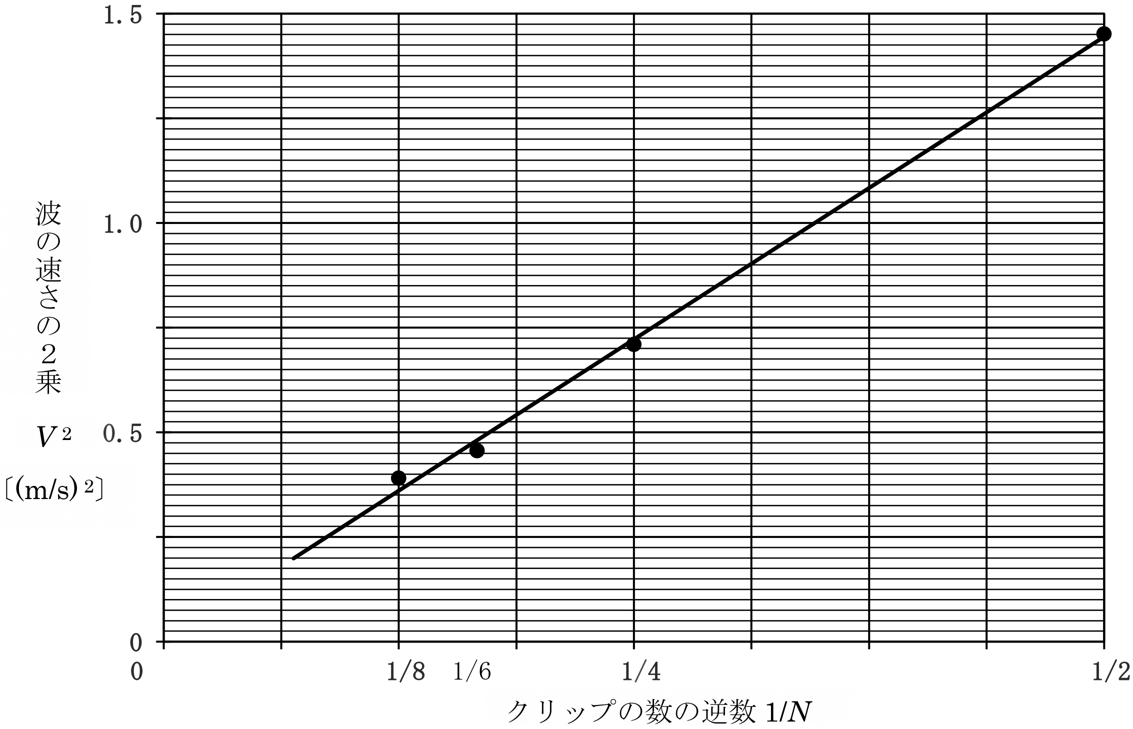
$\boxed{2}$ レポート(その 3)

【考察】

（4）実験結果からクリップの数 N と波の速さ V の関係を考察せよ。必要であればグラフを用いなさい。

（1）の「クリップの数と波の速さ」のグラフからは，反比例の関係のように見えるが，「弦を伝わる波の速さ」との類推から，波の速さ V はクリップの数 N の平方根に反比例するのではないかと考えた。

これを確認するために，「クリップの数の逆数 $1/N$」と「速さの 2 乗 V^2」のグラフを作成したところ，比例関係にあることが認められる。したがって，「$1/N$ と V^2 が比例する」すなわち「クリップの数 N の平方根と波の速さ V は反比例すると考えられる。



※ここには何も書かないでください。

解説

1　理論問題

【出題の意図】

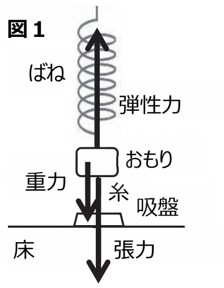
ばねを直列接続しているからといって合成ばね定数の公式にとらわれることなく，力のつりあいとフックの法則という基本に立ち返ってばねの伸びを導くことを期待した。

1

（１）　一般に物体にはたらく力は，重力の他，その物体に接しているものが及ぼす力がある。したがって，本問のおもりにはたらく力としては，重力および糸の張力，ばねの弾性力の３つがあげられる（図１）。

力の大きさは，まず，重力が 20N である。また，吸盤が床から離れる直前であることから，糸の張力は 80N である。したがって力のつりあいより，弾性力は 100N となる。

図１

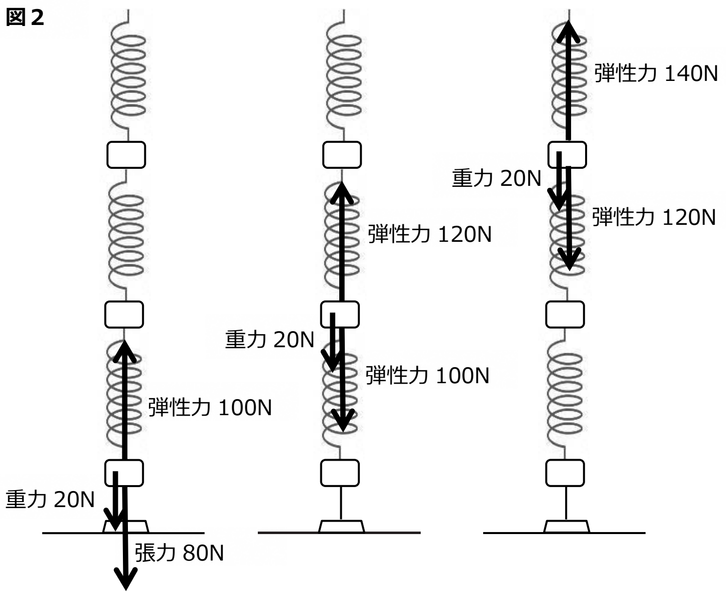


（２）　フックの法則より，弾性力とばねの自然長からの伸びは比例する。本問のばねは 20N で 1cm 伸びるから，100N では 5cm の伸びとなる。

（３）　下側のおもりから順に，はたらく力の大きさを求める。

一番下のおもりは，その近辺を切り取ってみれば問題（１）と同じ状況にある。したがってはたらく力は，問題（１）で求めた通りである（図２左)。ここで一番下のばねの弾性力が 100N であることから，真ん中のおもりにはたらく力のつりあいより，真ん中のばねの弾性力は 120N となる（図２中)。同様にして，一番上のおもりにはたらく力のつりあいより，一番上のばねの弾性力は 140N と求められる（図２右)。

図２



（４） 問題（３）で求めたばねの弾性力より，ばねの伸びは上から順に 7cm，6cm，5cm となる。

（５） 問題（３）と同様に，一番下のおもりから順にはたらく力を調べていくと，ばねの弾性力は一番下から順に 100N，120N，140N と，一つ上に上がるごとに 20N ずつ増えていくことが分かる。したがって，ばねの自然長からの伸びは，一番下のばねから順に 5cm, 6cm, 7cm と 1cm ずつ増えていき, 一番上の 100 個目のばねでは 104cm となる。この結果を，上からn番目のばねの伸びとしてまとめると，$105-n$〔cm〕となる。

2

（１） おもりの体積は, 底面積×高さより 1000cm^{3}となる。密度は, 質量÷体積より 2g/cm^{3}である。

（２） 沈んだ深さがx〔cm〕であるとき，水中にある体積は$100x$〔cm^3〕となる。したがってアルキメデスの原理により，浮力は質量$100x$〔g〕の水の重さ（$=x$〔N〕）に等しい。重力と合わせて力のつりあいを考えると，ばねの弾性力は$20-x$〔N〕となる。ここで, 20N で 1cm 伸びるばねが使われていることから, ばねの伸びは$y=1-0.05x$〔cm〕と求められる。したがって直線となる。

（３） おもり C にはたらく鉛直方向の力は，下向きの重力 20N と上向きの浮力 10N およびばね Z の弾性力である。力のつりあいより，この弾性力は 10N であることが分かる。したがって，ばね Z の伸びは 0.5cm である。次に，おもり B にはたらく鉛直下向きの力は，重力 20N とばね Z の弾性力 10N の合計 30N である。したがって，力のつりあいよりばね Y の弾性力は 30N であり, その伸びは 1.5cm である。最後に, おもり A にはたらく鉛直下向きの力は, 重力 20N とばね Y の弾性力 30N の合計 50N である。したがって力のつりあいより，ばね X の弾性力は 50N であり，その伸びは 2.5cm となる。

（４） おもり C にはたらく力は問題（３）と同じである。よってばね Z の伸びは 0.5cm である。おもり B にはたらく力は，鉛直下向きの重力 20N とばね Z の弾性力 10N に加え，上向きの浮力 10N とばね Y の弾性力である。したがって，力のつりあいよりばね Y の弾性力は 20N であり，その伸びは 1cm である。次に，おもり A にはたらく力は，鉛直下向きの重力 20N とばね Y の弾性力 20N である。したがって力のつりあいより，ばね X の弾性力は 40N であり，その伸びは 2cm となる。

（５）　おもりＣおよびＢにはたらく力は問題（４）と同じである。よってばねＺの伸びは 0.5cm であり，ばねＹののびは 1cm である。おもりＡにはたらく力は，鉛直下向きの重力 20N とばねＹの弾性力 20N に加え，上向きの浮力 10N とばねＸの弾性力である。力のつりあいより，ばねＸの弾性力は 30N で，その伸びは 1.5cm となる。

（６）　深さx〔cm〕と円すいの断面の半径r〔cm〕は比例している。したがって，断面の面積$S = \pi r^2$〔cm^2〕と深さx〔cm〕の二乗は比例する。よって，

$$S : x^2 = 300 : 10^2 \Leftrightarrow S = 3x^2 \text{〔cm}^2\text{〕}$$

（７）　問題（６）より，水中の体積は$3x^2 \times x \times \frac{1}{3} = x^3$〔cm^3〕である。したがって，浮力は$x^3$〔g〕分の水の重さ（$= 0.01x^3$〔N〕）となる。力のつりあいより，弾性力は$20 - 0.01x^3$〔N〕である。ばねは 20N で 1cm 伸びるから，ばねの伸びは$y = 1 - 0.0005x^3$〔cm^3〕これは頂点$(x, y) = (0, 1)$の上に凸なグラフとなる。

$\boxed{2}$　実験問題

【出題の意図】

簡易な波動の実験装置（以下，ウェーブマシン）を自作し，これを用いてウェーブマシン上を伝わる波の速さを測定し，波の速さと媒質の線密度との関係を実験的に見いだすことを期待して出題した。

今回は，高等学校「物理基礎」で発展的内容として扱われる弦の上を伝わる波の速さを表す式

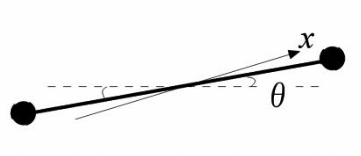
$$V = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$$

との類推から考察させるために，**問題文中に「媒質の線密度はストローの両端に取り付けたクリップの数に比例して大きくなるとする」との仮定をおいた。**

以下，ウェーブマシンを伝わる波の速さと媒質の関係について解説する。

ウェーブマシンの中心軸（セロハンテープ）の方向にx軸をとり，中心線の水平面からのねじれの角をθとすると，θ，xは波動方程式

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \frac{T}{I}\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$$



をみたし，ウェーブマシンを伝わる波の速さVは

$$V = \sqrt{\frac{T}{I}}$$

と表せることが知られている。

ここで，

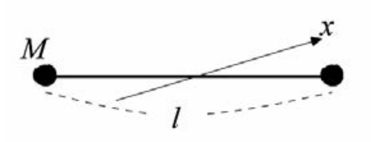
T は x 軸に沿って単位長さ進むごとに中心線が 1rad ねじれるために必要な力のモーメントで N･m^2 の単位を持ち，I は中心線に沿って単位長さあたりのストローの慣性モーメントで kg･m の単位を持つ。

「力のモーメント」
　回転運動に対する力の効果を表す物理量で，高等学校「物理」で学ぶ。
「慣性モーメント」
　回転運動に対する質量による慣性の大きさを表す物理量で，大学の物理学で学ぶ。

今回の実験では，スタンドの位置とセロハンテープを固定することで，T は一定に保たれると考えられるので，以下では I について議論する。

いま，ストローの質量を無視し，ストローの長さを l，クリップ 1 個の質量を M，1 本についているクリップの数を N とすると，中心線に対するストロー1 本の慣性モーメント i は

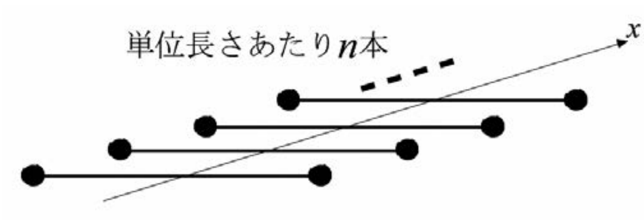
$$i = \left(\frac{l}{2}\right)^2 \frac{N}{2} M \times 2 = \frac{l^2 M}{4} N$$



中心線に沿って，単位長さあたりストローが n 本あるとすると，

$$I = ni = \frac{nl^2 M}{4} N \quad \text{だから}$$

$$V = \sqrt{\frac{T}{I}} = \sqrt{\frac{T}{\frac{nl^2 M}{4} N}} = \sqrt{\frac{4T}{nl^2 M} \cdot \frac{1}{N}}$$

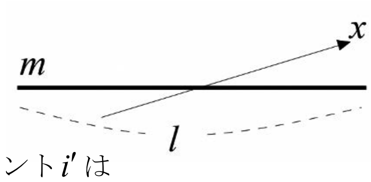


となり，波の速さ V は $\frac{1}{\sqrt{N}}$ に比例し，V^2 と $\frac{1}{N}$ のグラフは原点を通る直線となる。

しかし，ストローの質量が無視できない場合は以下のように取り扱わなければならない。

簡単のためストローを質量 m，長さ l の棒と見ると，ストロー1 本の慣性モーメント i_0 は

$i_0 = \dfrac{l^2}{12} m$ となる。



このストローに N 個のクリップを取り付けた場合，慣性モーメント i' は

$$i' = i_0 + i = \frac{l^2}{12} m + \frac{l^2 M}{4} N$$

となり，単位長さあたりの慣性モーメント I' は

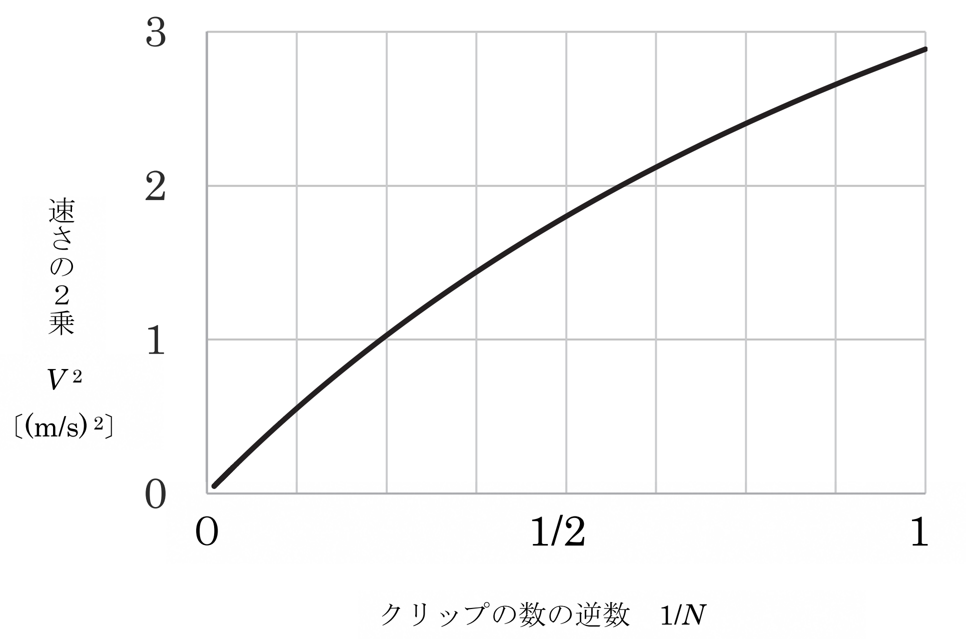
$$I' = ni' = n\left\{\frac{l^2}{12} m + \frac{l^2 M}{4} N\right\}$$ となる。

したがって，波の速さ V は

$$V = \sqrt{\frac{T}{I'}} = \sqrt{\frac{T}{n\left\{\dfrac{l^2}{12} m + \dfrac{l^2 M}{4} N\right\}}} = \sqrt{\frac{\dfrac{12T}{nl^2 m}\cdot\dfrac{1}{N}}{\dfrac{1}{N} + \dfrac{3M}{m}}}$$ より，$$V^2 = \frac{\dfrac{12T}{nl^2 m}\cdot\dfrac{1}{N}}{\dfrac{1}{N} + \dfrac{3M}{m}}$$ となり，

V^2 と $\dfrac{1}{N}$ のグラフは直線とはならない。

今回の実験では，$M = 3.7\times10^{-4}$ kg，$m = 7.3\times10^{-4}$ kg，　$l = 0.20$ m，$n = 20$ m^{-1} であり，測定値から T は 10^{-5} N･m^2 程度と見積もれるので，これらの値を用いて理論式のグラフを書くと次のようになり，やや直線からはずれていることがわかる。



波動方程式の導出や慣性モーメントの計算方法などについては，高校生の学習範囲を超えるので割愛した。興味がある場合は下記の図書などを参考にしてほしい。

参考：
霜田光一　「波動の実験」　講談社
後藤憲一　他　「詳解　力学演習」　共立出版
有山正孝　「振動・波動」　裳華房

とやま科学オリンピック　　解答例および解説　　高校部門（化学）

$\boxed{1}$

【出題のねらい】

海洋深層水中の硬度をキレート滴定法によって求める。

【解答例】

（1）

	初めの目盛（mL）	終点における目盛（mL）	その差（mL）
1 回目	0.60	7.15	6.55
2 回目	7.15	13.71	6.56
3 回目	13.71	20.42	6.71

3 回の滴定の平均値は（6.55 + 6.56 + 6.71）÷3＝6.61 mL である。

（2）①　6.6×10^{-2}　mol/L

②　6.6×10^{3}　mg/L

（3）　硬水

【試料水の全硬度を求める過程】

試料水中に含まれる 2 価金属イオン濃度を χ mol/L とおく。EDTA 滴定溶液の濃度は，5.0×10^{-2} mol/L である。試料水中の 2 価金属イオンと EDTA 溶液は 1：1 で反応することがわかっているので，

$$\chi \times \frac{5.0}{1000} = 5.0\times10^{-2}\times\frac{6.61}{1000}$$

$$\chi = 6.6\times10^{-2}\quad \mathrm{mol/L}$$

これより，試料水の全硬度を求める。硬度とは水に溶けている Ca^{2+} や Mg^{2+} の量を，これに対応する炭酸カルシウム $CaCO_3$ に換算し，水 1 L 中に含まれている質量〔mg/L〕で表したものである。$CaCO_3$＝100 より，全硬度を求める式に代入して，

$$全硬度〔mg/L〕= 100\times6.6\times10^{-2}\times10^{3}$$

$$= 6.6\times10^{3}$$

よって，6600mg/L　＞　120mg/L　より硬水

【工夫した点】

- プラスチックカップ内の溶液の色を注意深く観察し，青色に近づいてきたら EDTA 溶液を一滴ずつ滴下するようにした。
- ビュレットに EDTA 溶液を入れる 3 回分の滴定に用いる溶液を一度に作り，効率よく実験を行った。

【解説】

・　硬度とは

深層水を使用したミネラルウォーターのラベルによく硬度の表示がある。硬度とはミネラル（マグネシウムやカルシウムなど）がどのくらい入っているか？という基準である。

一般的にミネラルが多いほど「渋み」や「苦味」などを感じる。胃腸の弱い人が下痢をするから硬度の高い水は飲めないというのは，このミネラルが原因である。日本では硬度１００以下の水を軟水，それ以上の水を硬水と分類している。日本の水は，ほとんどが軟水で，肌や胃腸に優しい軽い水と感じると同時にミネラルが少ないために，生活の知恵として食事等を通してミネラルを補充していた。

・　カルシウムの働き

深層水に含まれる「ミネラル成分」の代表的なものとして，カルシウム，マグネシウム，カリウム，ナトリウムなどが上げられる。カルシウムはカラダにとって非常に大切なことはよく知られている。骨や歯の形成に不可欠な成分であり，各種ホルモンの分泌や作用，筋肉の収縮，血液の凝固，情報の伝達など，カラダのあらゆる細胞の機能を調整している。

血液中のカルシウム濃度は，たえず一定に保たれなければならない。１日の摂取量の目安としては，男性が６００～７００mg，女性が６００mg 必要といわれているが，現在の食生活では，摂取量の不足が懸念されている。

カルシウムが不足すると，血液中のカルシウム濃度を保つために，骨からカルシウムが溶けだし，血液中にはいり，この状態が長く続くと，骨がスカスカになり，骨粗しょう症になりやすいといわれる。また神経過敏を引き起こし，イライラしたりキレやすくなったりするといわれている。

・　富山県に海洋深層水の取水地がある理由

富山湾には，滑川市に２つ，入善町に１つの取水施設があり合計３つの深層水取水施設がある。日本中を見回しても３つもの取水施設がある地域はない。なぜ富山に取水施設が多いのか？

理由の１つは，富山湾の入口が大きく開き，水深が非常に深く，海岸近くまで崖がせまっているため，深層水の取水施設を建設する際，取水する管が短いもので済み，建設費がかからないことである。もう１つの理由は，これまでに深海生物の研究対象としてきたホタルイカ，ベニズワイガニ，バイなどが入手しやすく，深層水との関係を調べる研究を行いやすい状況にあったからである。

ちなみに，滑川の取水量は２つで一日 5,000 トン，入善の取水量は 2,400 トンであり，富山湾で１日に取水されている深層水の総量は 7,400 トンである。

参考：広報なめりかわ

2

【出題のねらい】

代表的なイオン結晶の結晶格子である塩化ナトリウム型と塩化セシウム型および，酸化レニウム型の結晶格子を用いて，各々の格子のイオン配列や配位数（１個のイオンの周りを取り巻く反対符号のイオンの数），密度などを理解する。また，単位格子中の原子数を理解し，化学式（組成式）を推測できる。

【解答例】

（１）①

(ア) 塩化ナトリウム

● ナトリウムイオン（陽イオン）

上中下段　1/4 球　12×1/4＝３こ

中心１つ　1/1 球　１こ

○ 塩化物イオン（陰イオン）

頂点８つ　1/8 球　8×1/8＝１こ

面の中心６つ　1/2 球　6×1/2＝３こ

よって，陽イオン　4　陰イオン　4

(イ) 塩化セシウム

● セシウムイオン（陽イオン）

中心１つ　1/1 球　１こ

○ 塩化物イオン（陰イオン）

頂点８つ　1/8 球　8×1/8＝１こ

よって，陽イオン　1　陰イオン　1

(ウ) 酸化レニウム

● レニウムイオン（陽イオン）

頂点８つ　1/8 球　8×1/8＝１こ

○ 酸化物イオン（陰イオン）

辺の中心 12 つ　1/4 球　12×1/4＝３こ

よって，陽イオン　1　陰イオン　3

②

(ア) 単位格子中のイオンの数の比は　Na イオン：Cl イオン　＝　４こ：４こ　＝１：１

よって化学式は $Na_{1}Cl_{1}$

(イ) 単位格子中のイオンの数の比は　Cs イオン：Cl イオン　＝　１こ：１こ　＝１：１

よって化学式は $Cs_{1}Cl_{1}$

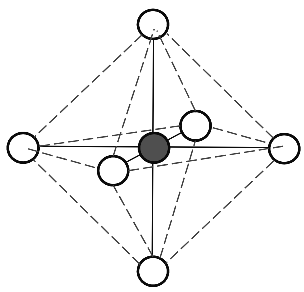
(ウ) 単位格子中のイオンの数の比は　Re イオン：O イオン　＝　１こ：３こ　＝１：３

よって化学式は $Re_{1}O_{3}$

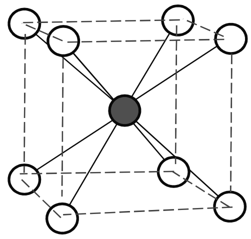
※　イオンの価数が分からなくても比から化学式は成立する。

③

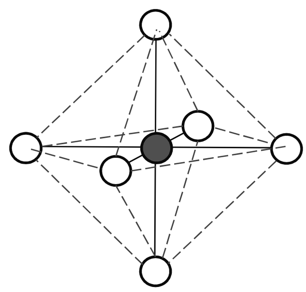
各イオン結晶の陽イオンを取り囲む陰イオン数は下図のようにそれを取り囲む立体の頂点の数に等しい。



(a)塩化ナトリウム
正八面体の頂点



(b)塩化セシウム
立方体の頂点



(c)酸化レニウム
正八面体の頂点

よって陽イオンの配位数は

（ア）６（イ）８（ウ）６

（２）

④　単位格子中に Na^{+} が４つ Cl^{-} が４つ存在する。

よって NaCl は４つ単位格子中にあるため，式量から（23＋35.5）×4

アボガドロ数を 6.0×10^{23} とすると

$$\frac{(23+35.5)\times 4}{6.0\times 10^{23}}=3.9\times 10^{-22}[g]$$

⑤　単位格子中は一片 0.56nm の立方体であるので，

$0.56\mathrm{nm}=0.56\times10^{-9}\mathrm{m}=0.56\times10^{-9}\times100\mathrm{cm}=5.6\times10^{-8}\mathrm{cm}$

アボガドロ定数を 6.0×10^{23} とすると

$$\frac{3.9\times 10^{-22}}{(5.6\times 10^{-8})^3}=2.22075\cdots\fallingdotseq 2.2[g/cm^3]$$

【解説】

単位格子において，各頂点にある粒子は，原子（またはイオン）１個の１／８を含み，各面の中心にある粒子は１／２を含む。同様に各辺の中心にある粒子は１／４を含み，立方体の内部にある粒子は１個を含む。

結晶構造をつくるある１つの原子またはイオンの周囲に隣接する他の原子またはイオンの数を配位数という。問いの場合は陽イオンに隣接している陰イオンの数が答えとなる。

レニウムは複数の酸化数をとり，問いの構造となる酸化レニウム（IV）は金属光沢を持つ赤い固体で，第７族元素（Mn，Tc，Re）の三酸化物の中で唯一安定に存在する。

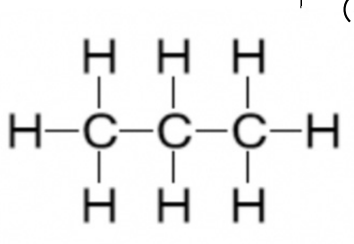
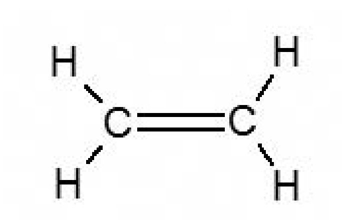
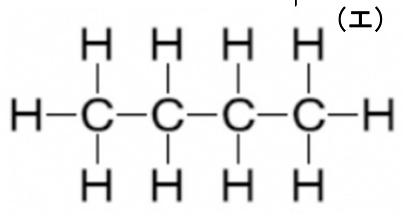
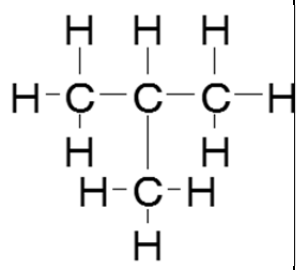
$\boxed{3}$

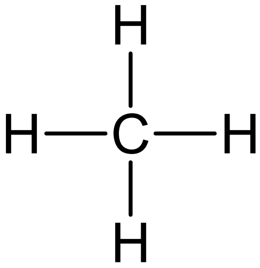
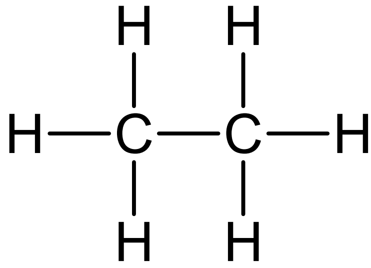
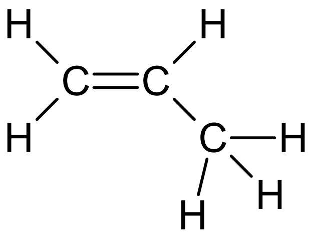
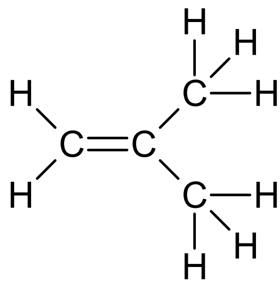
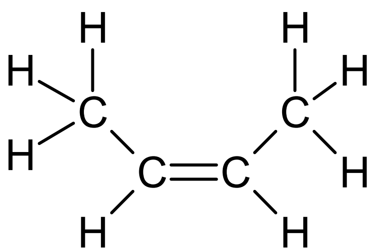
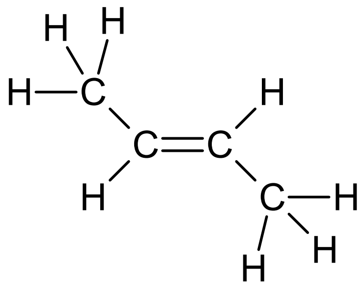
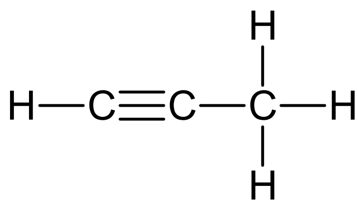
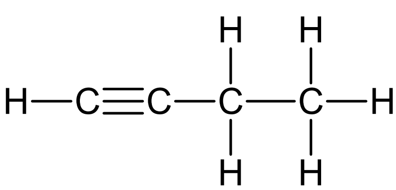
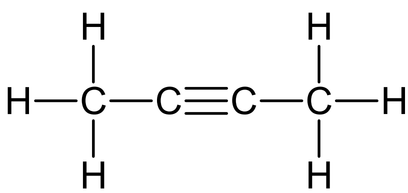
【出題のねらい】

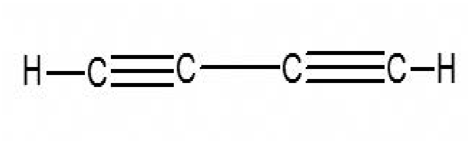
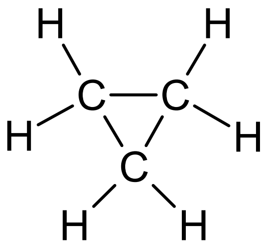
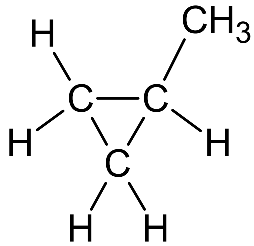
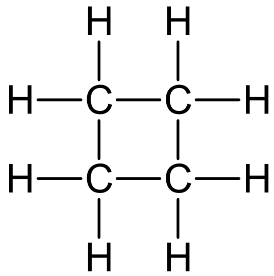
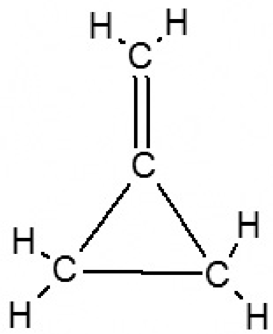
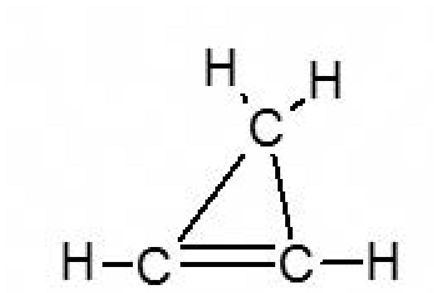
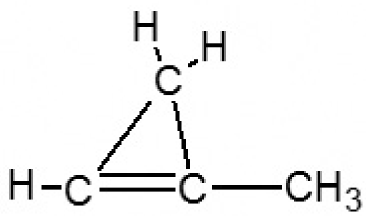
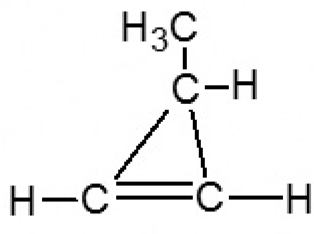
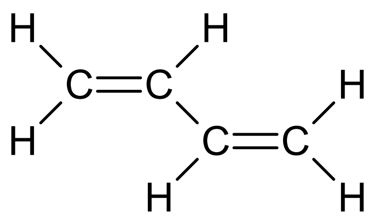
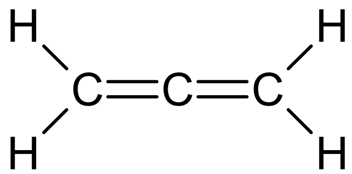
分子模型を用いて実際の分子の形を作成することで，実際の分子の形を立体的にとらえる。

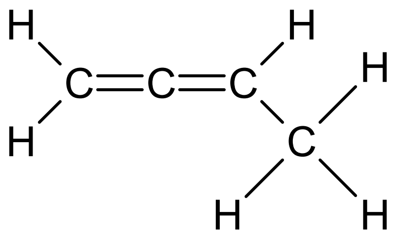
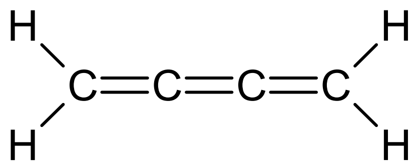
回転できる結合とできない結合の違いから，同じ分子でも立体異性体が存在することを視覚的に理解する。価標と原子のつながりを理解する。模型を使うことで紙面ではわかりにくい実際の結合の様子をつかむことができる。

※　価標の数が正しければ良い。価標の方向は問わない。

（ア） 	（イ） 
（ウ） 	（エ） 

	
	
	
	
	 ※この構造は高校でも習わないが、 アレンという化合物の類で存在する。

※この他にも答えがあります。模範解答が解答の全てではありません。

【解説】

単結合のみの化合物として，Cが１つのメタン，Cが２つのエタン，Cが３つのプロパン，Cが４つのブタンが存在し，ブタンについては結合の仕方によって2種類の異性体ができる。

また，炭素で環をつくると，Cが３つの三角形とCが４つの四角形ができるが，実際に模型を作成してみると強い歪みがかかっており，この化合物は不安定であることが感覚的に理解できる。

二重結合を持つ化合物は平面構造が固定されるため，立体異性体の一種である幾何異性体（シス-トランス異性体）ができる。なお，炭素数が５以上であれば環状構造を含む炭化水素にも幾何異性体が生じる。

三重結合は直線形のため，立体異性体は生じない。

とやま科学オリンピック　解答例および解説　高校部門（生物）

1

【本問題のねらい】

富山湾の藻場は豊かであるが、衰退・減少傾向にある。富山湾にあるアマモや藻類について実際に触れて観察したり、光合成色素の分離実験をしたりすることで、身近に感じてもらいたいと思い、本問題を作成した。

１では、藻類の種類と光合成色素との関係について実験を通して考察し、藻類の分類や葉緑体の進化について考察してもらった。２では、富山湾を含め海洋での生態系について図や資料をもとに考察するものとした。

１【解答例】

(1)	・根、茎（地下茎）葉の区別がある。 ・種子がある。 ・葉脈がある。　　など
(2)	・二酸化炭素の吸収と酸素の供給。 ・窒素やリンなどの栄養塩を吸収して、水質を良好に保つ（水質浄化)。 ・魚介類の産卵場や稚魚の生育場となり、様々な生物の住処となる。 ・アマモは地下に茎と根を張るため、底泥が固定され、海底が安定し、波の衝撃を緩める。 ・海藻は、サザエやアワビなどの貝類やアイゴなどの魚類の餌になる。　　など
(3)	・埋め立てなどにより、藻場が形成される浅海域が失われている。 ・ウニやサザエなどの餌となり、過剰に食べられる。 ・海流の強さが変化し、海水温が高くなるなど、生育しにくい環境となる。 ・生育に必要な窒素・リンが不足する。 ・漂砂や浮泥が堆積する。 ・汚染などにより透明度が低下し、光合成が阻害される。　　など

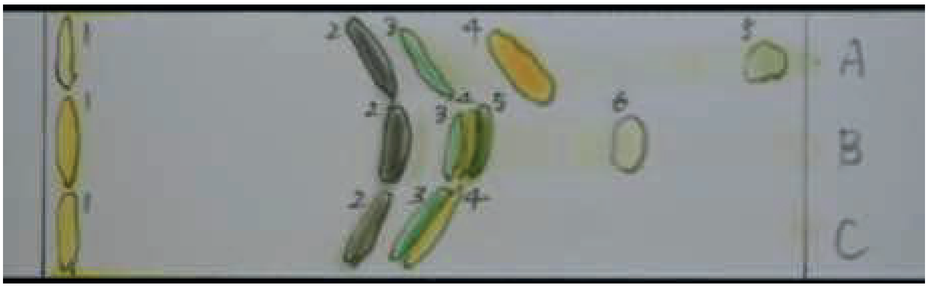
【解説】（１）～（３）

アマモは、陸上の高等植物と同様に根、茎、葉の区別があり、海中で花を咲かせて種子により繁殖する「海草」に分類される。

アマモ場をはじめ、藻場は海の環境を保護する上で大きな役割を担っている。海藻や海草は海中で光合成を行うため、それにより二酸化炭素を吸収し、多くの生物に必要な酸素を海中で放出する。また窒素やリンなど（栄養塩）を吸収することで、栄養塩が過剰になり海中が富栄養化の状態になることを防ぐ。藻場は、魚介類の産卵場や稚魚の成育場にもなっており、生物の生息場所を提供することで、生物多様性の維持に繋がる。このように海洋環境を守る上で、藻場は大きな役割を果たしている。しかし藻場は、全国各地で藻場の衰退・減少傾向にある。埋め立てなどにより、藻場が形成される浅海域が失われていることや、海流の強さが変化することにより、海水温が高くなるなどして海藻が育ちにくくなっている等の原因が考えられる。全国各地では、母藻の設置・種苗の移植、海藻の付着基質の設置など、衰退した藻場の復元や新たな藻場の造成のために様々な活動が行われている。

【解答例】（４）

①薄層プレートを貼り付け、全面をテープで覆う。



②　分離した色素の色、計算式、Ｒｆ値を記入する

Ａ　 アカモク（ナガラモ）

色素番号	1	2	3	4	5		
色	橙黄	灰緑	青緑	褐（橙黄）	黄緑		
計算式	6.65/7.0	4.2/7.0	3.5/7.0	2.2/7.0	0.5/7.0		
Ｒｆ値	0.95	0.60	0.50	0.31	0.07		

Ｂ　アナアオサ

色素番号	1	2	3	4	5	6	
色	橙黄	灰緑	青緑	黄	黄緑	黄	
計算式	6.65/7.0	4.2/7.0	3.25/7.0	3.1/7.0	3.0/7.0	1.8/7.0	
Ｒｆ値	0.95	0.60	0.46	0.44	0.43	0.26	

Ｃ　アサクサノリ

色素番号	1	2	3	4			
色	橙黄	灰緑	青緑	黄			
計算式	6.65/7.0	4.2/7.0	3.5/7.0	3.3/7.0			
Ｒｆ値	0.95	0.60	0.50	0.47			

※解答例の数値については、参考値である

<table>
<tr><td rowspan="3">(4)</td><td>③</td><td colspan="3">・溶媒前線が水平に上がるように、薄層プレートの側面が、展開管の側面に当たらないようにする。
・ガラス細管で薄層プレートに抽出した色素を数回付着させる時、中心がずれないようにする。　　など</td></tr>
<tr><td>④</td><td>Ａ　アカモク（ナガラモ）</td><td>Ｂ　アナアオサ</td><td>Ｃ　アサクサノリ</td></tr>
<tr><td>⑤</td><td colspan="3">有機溶媒の展開液に溶けなかった部分を、有機溶媒を完全にとばしてから水に溶かす。</td></tr>
</table>

【解　説】（４）④、⑤

④　①②の結果を表１と表２の色素の色、Rf値を比較しながら、判定する。

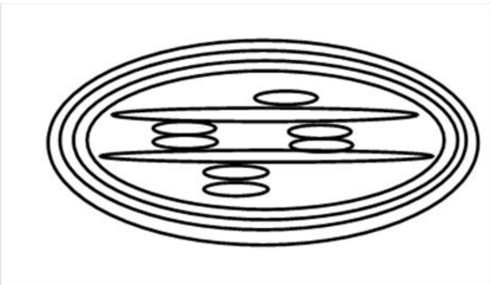
Ａは、褐色のフコキサンチンがあること、また黄緑色クロロフィルｃがあることから褐藻類のアカモクであると判定できる。しかしクロロフィルｃは見えにくい場合が多い。

Bは、青緑色のクロロフィルa、黄緑色のクロロフィルbがあることから、緑藻類のアナアオサであると判定できる。

Cは、青緑色のクロロフィルaがあるがクロロフィルbが存在しないことから、紅藻のアサクサノリであると判定できる。

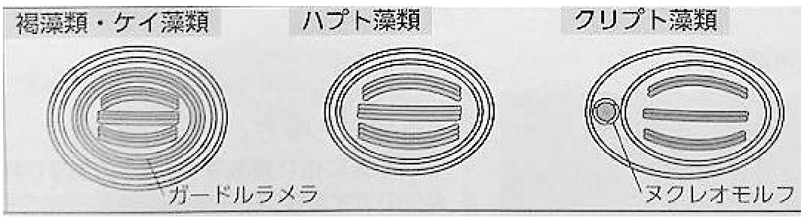
⑤ フィコエリトリン（紅）、フィコシアニン（青）は水溶性であることから、有機溶媒の展開液には溶けない。そこで水に溶解させることで、紅と青の色が見られる。

【解答例】

(5)	ワカメは主に緑色のクロロフィル類と褐色のフコキサンチンという色素によって、これらが混ざり濃い茶色に見えている。緑色に変色するのは、褐色のフコキサンチンという色素が熱によって構造が壊れ、色が失われてしまうため、熱に強い緑色のクロロフィルだけが残り、クロロフィルの色素によって緑色に見える。
(6)	水中では、水深が深くなるにつれて緑色から橙色（500〜600ｎｍ）以外の光は届きにくくなる。このような光環境の下であっても、紅藻類は、緑色から橙色（500〜600ｎｍ）の光を吸収できるフィコエリトリンやフィコシアニンを含んでおり、光を効率よく利用できるため、生育できる。
(7)	

【解説】

（7）４枚あるうち，もっとも内側の２枚は共生体（真核光合成生物）の葉緑体膜である。外側の２枚のうち、内側は共生体の細胞膜であり、外側の２枚のうち外膜は共生体を取り込んだ宿主の食胞膜と考えられる。そして，葉緑体膜の外膜と葉緑体ＥＲの内膜の間にある葉緑体周縁区画は，かつて共生体の核や葉緑体以外の細胞質が存在した場所の痕跡と考えられている。4 枚ある葉緑体の膜には，葉緑体獲得にまつわる共生進化の歴史である。



（浜島書店　「ニューステージ生物図表」）

２【解答例】

<table>
<tr><td rowspan="2">(8)</td><td>栄養塩の濃度</td><td>酸素濃度</td><td>二酸化炭素濃度</td></tr>
<tr><td>低い</td><td>高い</td><td>低い</td></tr>
<tr><td>(9)</td><td colspan="3">表層と下層の海水の温度の差が少ないため、表層と下層が混合され、下層から表層へ栄養塩が供給されるため。</td></tr>
<tr><td>(10)</td><td colspan="3">・エルニーニョ現象が発生すると下層からの海水湧昇は押さえられるため、上層への栄養塩類供給量が減少する。そのため、栄養塩類の要求性の高い多細胞の植物プランクトンが減少し、単細胞の植物プランクトンが増加する。
・エルニーニョ現象発生すると、暖水層からの暖かい海水の流入により、海水湧昇が押さえられ、栄養塩類量は多いが光量の少ない深部での生育が可能な植物プランクトンが増加する。つまり、補償点の低いラン藻類などが中心となり、個体サイズが小さくなる。　　など</td></tr>
<tr><td>(11)</td><td colspan="3">植物プランクトンには小さいものが多く、それを摂食する原生動物や小型の動物プランクトンなどの一次消費者が増加する。栄養段階の数が増える。</td></tr>
</table>

【解説】

（８）光合成に必要な光は，太陽から海面に注ぎ，その約 90%は海面によって反射され，約 10%のみが海中に入る。植物プランクトンの光合成による有機物の生成が，呼吸による消費よりも勝る層を有光層と呼ぶ（両者が等しくなる深度は補償深度と呼ばれる）。地球上の海の深さの平均は 4000m であるのに対し，補償深度は，よく透き通った外洋水でも約 100m である。

有光層では，植物プランクトンは栄養塩を取り込み，光合成をおこなって成長，繁殖していく。このため有光層では，栄養塩が枯渇していることが多い。また、光合成によって酸素濃度は高くなり、二酸化炭素濃度は低くなる。

（９）赤道上では、西に向かって吹く風（貿易風）によって海面海水が西へと運ばれている。この流れの最も上流にあたる部分がペルー沖海域であり、ここでは西に向かう上層海水を補うように、下層の海水が湧昇してきている。このため、下層海水に含まれる栄養塩が上層に運ばれ、光合成が可能な有光層の栄養塩濃度が高まるため、植物プランクトンの有機物生産量が多くなる。

(10) エルニーニョ現象によって本来のペルー沖の表層水温より高くなると、下層の水温との差が大きくなり、表層と下層の水が混じりにくくなる。従って下層の栄養塩類が表層に湧昇しにくくなる。また、エルニーニョ現象が起こることによる植物プランクトンの個体サイズの変化は、栄養塩類不足による個体の生育不良よりも栄養塩類不足による種組成の変化と捉える方が妥当と考える。なぜならば、植物プランクトンの個体サイズは種によってほぼ同じであり、生育の良い悪いで個体サイズに大きな違いがないからである。

(11) 大型の植物プランクトンが減少し、2μm程度の小型の植物プランクトンが増加することから、それを摂食する一次消費者は原生動物や小型の動物プランクトンが中心となる。そのため、栄養段階の数が増える。また、一次生産量が減少することから、大型魚類や海鳥など、高次消費者の現存量は減少すると考えられる。

2

【本問題のねらい】

富山県は海や山が豊かであり、生態系も多様である。そこで、生物多様性をテーマに作問することとした。

1では、外来種の環境に対する影響を示す実験データを基に考察してもらった。2では、種が多様となった進化や系統について形態やアミノ酸の違いから系統樹を作成してもらった。3では、遺伝的多様性についてアユの種苗放流による遺伝子汚染について考察してもらった。

本問題を通して皆さんの身のまわりの自然や人と自然の共生について今一度考えてみて欲しい。

1【解答例】

<table>
<tr><td>(1)</td><td colspan="2">図1より、大きいブルーギルはコイ稚魚のサイズによらず短期間でほとんど捕食できる。しかし小さなブルーギルでは、コイ稚魚が小さい時は大きいブルーギルと同じ傾向を示すのに対し、コイ稚魚が大きい時は単位時間当たりの摂食量が小さくなる。このことから、体が小さなブルーギルほど捕食そのものに時間がかかるのではないかと考えられる。</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">実験条件として用いられた環境は身を隠すもののない水槽である。しかし自然の池や川の水面は、一般にはもっと大きく、石や水草、地形の変化(入り江等)などといった、外敵から身を隠す条件が存在している。こうした環境の相違に加え、図1でわかるように、コイ稚魚の体重が大きくなると、ブルーギルの捕食からの回避率が上がる。このことは、池や川の中の多様な環境で、他個体より大きく成長できたコイ稚魚が、上記の自然環境の中で図1の結果以上にブルーギルによる捕食を逃れやすくなり、生殖することを可能にしていると考えられる。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(3)</td><td>①</td><td>用意するもの：コイ卵とエサとなるタマミジンコ、水槽
8月試験では、対照区のタマミジンコ密度が低い状態で推移しており、コイ稚魚の体重増加の理由がタマミジンコの密度にあるのか、コイ稚魚の個体数にあるのかかがわからない。そのため、実験ではタマミジンコの密度が高い状態に保った水槽と、タマミジンコの密度が極めて低い状態の水槽でコイ稚魚を1尾ずつ飼育し、それを複数回行って平均をとり、平均体長および平均体重を調べる。</td></tr>
<tr><td>②</td><td>用意するもの：コイ卵とエサとなるタマミジンコ、水槽
エサが十分に与えられた水槽で、コイ仔稚魚を 1 尾のみ飼育のみ飼育する試験区と、同じくエサが十分に与えられた水槽で、コイ仔稚魚を多尾飼育する試験区を設け、比較する。</td></tr>
<tr><td>(4)</td><td colspan="2">コイ稚魚の摂餌開始を境界に、ブルーギル放流区と対照区ではミジンコ密度の推移が大きく異なることから、タマミジンコ密度はコイの摂餌の影響を大きく受けていると言える。コイ稚魚の摂餌開始前はミジンコ密度の推移は両区ともほぼ同じ挙動を示しているが、摂餌開始後はブルーギル放流池では増減を繰り返すなど相対的に自然な挙動を示しているのに対し、対照区では大きくミジンコ密度が低下したままで、回復が見られないからである。対照区のミジンコは、コイによる大きな捕食圧を受けていると考えられる。</td></tr>
</table>

【解説】

（３）

・問いについて

問題で与えられた仮説「ブルーギル放流池では、捕食されずに生き残ったコイ稚魚が、エサを独占できたため、体重が対照区と比べ大きくなった」について、エサの独占には理由が２つある。１つは、池の中のコイ稚魚の個体数が少ないこと。また、もう１つが個体あたりのエサの量が多いことである。そのため、問題では、この２つの観点から検証する必要があるとし、①エサの密度が原因ととる場合、②個体群密度が原因ととる場合について、それぞれどのような試験を行うべきか問うている。

・表と図の読み取り

そもそも、表１と図２から何を読み取ればよいか。

まず、表１のコイ稚魚の取り上げ数を見て欲しい。ブルーギル放流池では、ブルーギルの捕食によりコイ稚魚が１尾しか取り上げられていない。しかし、この個体の体長と体重をみると対照区の最大の個体に匹敵する数値となっている。それに対して、対照区では、個体の平均サイズをみるとバラツキが多いことが分かる。このことを踏まえた上で、図２を見て欲しい。ブルーギル放流区では、基本的に対照区に比べてタマミジンコの密度が高い。これはタマミジンコを捕食するコイの個体数によるものである。そのため、対照区では、タマミジンコの密度が低い状態が続く。（特に、コイ稚魚の摂餌開始後が顕著である）

・仮説が立てられた経緯

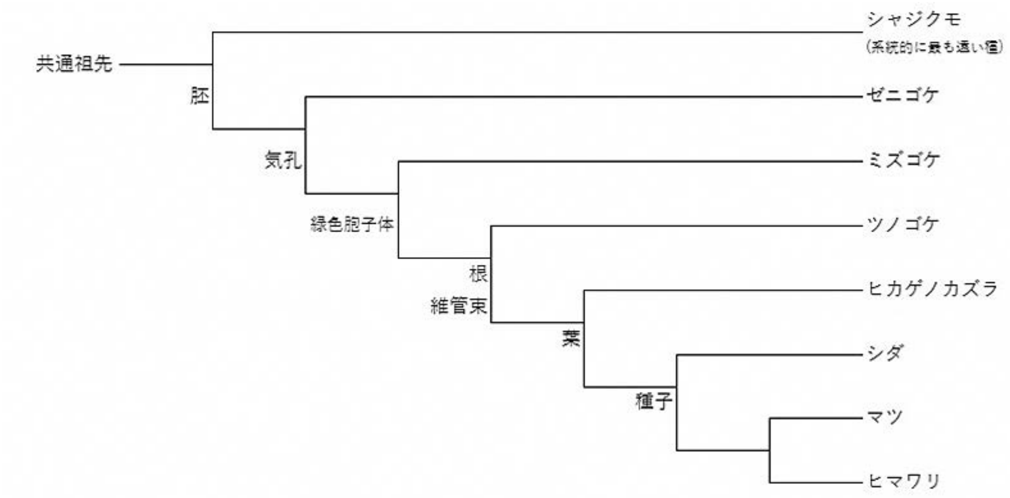
上記のことから仮説が立てられている。その経緯は、ブルーギル放流区で取り上げられた１尾が、明らかに体サイズが大きいのは、エサを独占できたからだろう。しかし、これは、エサをたくさん食べられたことだけによるものだろうか。対照区のほうのタマミジンコの密度が高ければ、対照区の個体の体サイズも大きくなったかもしれない。また、エサだけでなく、空間の問題の可能性も無視できない。１尾での生活と 1,036 尾での生活は個体群密度が大きく違う。（個体群密度とは、ある生物が生活する単位空間あたりの個体数のこと）空間的な余裕がないと、体サイズを大きくすることに制限がかかってくるだろう。

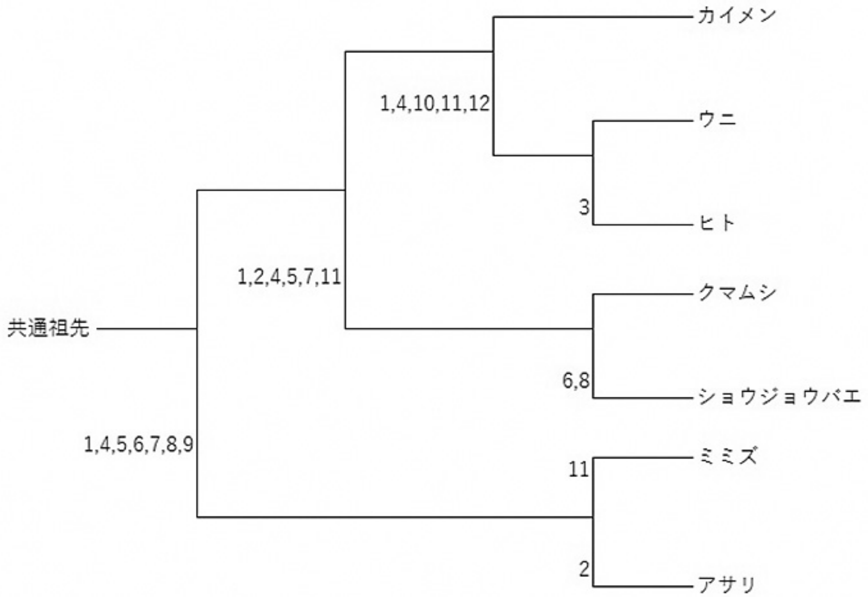
・解答のポイント

①、②どちらに関しても、実験に必要なもの（用意するもの）を解答に記載した。必ずしも書く必要はないが、どのような試験を行うとよいか、という問に対して、丁寧な解答となる。実際に、本問題の本文にも試験に何を用いたかが明確に記載されている。

また、今回の問題に答えるポイントとして、検証の際にはブルーギルは不要であるということに気づくことが大切である。ブルーギルによってつくられた環境下（エサの独占）で生じた結果（体サイズが大きい）に対しての検証であり、ブルーギルからの捕食に対しての検証ではない。その点を踏まえて、考えることができれば、解答のようにとてもシンプルな試験で、検証することが可能となる。基本的に一方の条件を固定し、他方の条件を変えた実験区を設定することとなる。あとは解答の通りである。

２【解答例】

<table>
<tr><td>(5)</td><td>アカネズミとニホンザル</td></tr>
<tr><td>(6)</td><td>


※ 形質は、書かなくても可
</td></tr>
<tr><td>(7)</td><td>


※ 変化したアミノ酸番号は書かなくてもよい
</td></tr>
</table>

【解説】

（７）過去に起こったアミノ酸の変異を系統樹上で復元し、その回数が最も少なくなるように樹形を選択するように作成すると良い。

カイメンを系統的に最も遠い種として図示せよという指定があるので、カイメンを基準に考える。カイメンと比較したアミノ酸の変異数は、アサリ（８），ミミズ（８），クマムシ（６），ショウジョウバエ（８），ウニ（５），ヒト（６）である。ウニが最も変異数が少ないので近縁種と推測し、ウニとのアミノ酸変異を比較するとヒトとの違いがアミノ酸番号３のみとなっているので、同じグループと推測する。次に近い種は、クマムシであるが、クマムシと近いグループがショウジョウバエ

で、違いのあるアミノ酸番号は、６と８である。最後に、アサリとミミズがカイメンから最も遠いグループとなるが、アサリとミミズは、アミノ酸番号の２と11の違いであり、近縁だといえる。

３【解答例】

<table>
<tr><td>(8)</td><td colspan="3">・本来の生息地に存在していた捕食者や寄生者が移入先に存在しない場合。
・在来種が外来生物に対して有効な防御機構を持たない場合。
・ニッチ（生態的地位）が重なる生物種が存在しない。　　など</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(9)</td><td>①</td><td colspan="2">標識は簡単に消えないものにする。一方で、標識されたことで捕食されやすくなることがないなど、標識のない個体と行動が変わらないような標識にする必要がある。</td></tr>
<tr><td>②</td><td colspan="2">４８個体</td></tr>
<tr><td rowspan="3">(10)</td><td>①</td><td colspan="2">$\dfrac{X^2}{X-Y}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">②</td><td>良い点</td><td>捕獲した魚を標識する必要がないため傷つけることもなく、捕獲するだけの簡単な方法である。</td></tr>
<tr><td>悪い点</td><td>・捕獲個体数の減少の割合から生息個体数を推定するため、２回の捕獲では信頼性の高い推定個体数は得られにくい。
・1 回目より 2 回目の捕獲率が低いなど、捕獲率にばらつきがでると、推定する個体数の精度が下がってしまう。
・イタセンパラのような個体数の少ない種では、捕獲率にばらつきが生じやすく、誤差が大きくなる。　　など</td></tr>
</table>

【解説】

標識再捕法は、一定の範囲内を自由に動き回る動物の調査には適しているが、周りの地域への移動があるような動物には適さない。また、調査期間中に個体の出生や死亡が少ないことも、正確に個体数を推定する上で重要な条件となる。

（９）②　全個体数をＮとすると、Ｎ：１２＝１６：４　　∴Ｎ＝４８

（10）①　全個体数をＮとすると、

$$N : X = (N - X) : Y \qquad \therefore N = \frac{X^2}{X-Y}$$

捕獲率を一定として考えたときの比例をもとに計算している。

②　個体数が本当に少ない種では、標識再捕法や（10）のような方法での個体数調査は難しい。鳥類やほ乳類では、糞や毛などのフィールドサインの分布調査や発信器等のラジオテレメトリーを用いた行動範囲調査等によって個体数の推定をする方法も用いられている。

【解答例】

(11)	生息域が減少・分断化されることで個体群が孤立すると、性比の偏りや近親交配などによって出生率が低下する。つまり、個体間の遺伝的交流が少なくなり、遺伝的多様性が低下する。その結果、環境の変化や新しい病原体に感染したときに対応できない個体が生まれる可能性が高くなり、個体数はさらに減少する。
(12)	もともとその川にいた野生メダカは独自の遺伝的多様性を保持しているため、放流を目的として人工的に飼っていたメダカの由来が異なる川にある場合、異なる川由来の遺伝子が子孫に取り込まれてしまい、独自の遺伝子が失われる危険がある。 もし、同じ川から捕ってきた少数のメダカを人工的に飼育して放流する場合でも、これらの子孫が持つ遺伝子は生存に有害な対立遺伝子を持つ可能性が高くなる。これが放流先の野生メダカに取り込まれると、ホモ接合となった有害遺伝子が表現型とした現れ、個体数の減少につながる危険がある。
(13)	琵琶湖産アユは一生淡水に生息するため、海水耐性がなかったり食性も異なったりと、海産アユである富山県産アユとは遺伝的特性が大きく異なっている可能性が高い。琵琶湖産アユを富山県の川に放流することで、富山県産アユ固有の遺伝形質の喪失や遺伝的多様性の低下に伴う環境適応性の低下を引き起こす可能性が高いので放流しない方がよい。 （別解）琵琶湖産のアユの種苗放流は、大正時代から続いている。つまり、現在の富山県産アユ固有の遺伝子には、琵琶湖産アユの遺伝子がすでに含まれていると考えられる。従って、放流を止めてアユそのものの個体数が減少するよりも、放流を続けアユの個体数を維持、増加させる方の利点が大きいと考える。

【解説】

遺伝的多様性とは、種のなかで、集団や個体が示す遺伝的な違いのことである。また、種のなかで個体ごとの遺伝的な違いが多く見られることを「遺伝的に多様である」という。

同じ１つの種とされていても、別の地域に生息している集団を遺伝的なレベルで比較したとき、互いに大きく異なっていることは少なくない。しかし、そういった遺伝的な違いは、必ずしも外見（形態）に現れるわけではない。例えば保全対策として、異なる地域から同種の生物を移すことを考えることがある。しかし、遺伝子からみると全く「同じ遺伝子集団」ではなく、元々住んでいた種の住みかや繁殖の機会を奪うことになるかもしれない。すると、元々住んでいた種としての「遺伝子集団」が失われることとなり、遺伝的多様性は減少することになる。

また、「単一の集団内における変異」は「遺伝子の個性」と言いかえることができる。野生生物の集団ではこの「遺伝子の個性」が多様なことが普通だが、非常に個体数の少ない集団や人為的に近親交配を繰り返した集団では、集団内の「遺伝子の個性」つまり「遺伝的多様性」が低下し、多くの個体が同じ病気にかかったり、子の死亡率が高まったり、繁殖の成功率が低下したりする。

（11）及び（12）

一定の生息域に生活できる個体数は限られている。つまり、生息域の減少と生息個体数の減少は、同時に起こる。結果的に、生物の性比に偏りが生じたり、遺伝子プール内の絶対的な遺伝子数が減少したりする。仮に、その遺伝子プールの中で生存に有利な形質を持つ個体が含まれていたとして

も、交配相手が見つからなくなる可能性が高くなり、生存に有利な形質が次代に受け継がれなくなる可能性が高くなる。逆に、生存により不利な形質が個体群に広がる可能性も否定できない。

このような状況が何代にも渡った状態の個体群に自然選択がはたらくことで、生息域が減少する以前と比較して生存できる個体数の絶対数は、減少してしまう。また、その遺伝子プール内の遺伝的多様性にも偏りが生じるため、遺伝的多様性も同時に低下する。

(13) 生物多様性を保全する問題は、我々人間がより良く生きるための持続可能な社会として多角的・多面的に考える必要があり、様々な視点が必要となる。そのために国際社会ではSDGs（エスディージーズ）という行動目標を定め、世界各国によって合意形成している。(「SDGs（エスディージーズ)」とは「Sustainable Development Goals（持続可能な開発目標)」の略称。SDGsでは持続可能な開発を、経済、社会及び環境というその三つの側面において、バランスがとれ統合された形で達成することにコミットしている。)

そこで本問題は、あなたの意見について論点と根拠が整っているかを採点基準として設けている。例えば、環境保全の立場で論じると、生物多様性を守る論点と根拠がそろっていることが必要である。経済的な視点で論じると環境負荷を考慮しつつも経済活動とのバランスを取る論点と根拠を示すことが必要である。以下は、富山県産アユの種苗放流に対する遺伝的多様性の視点からの解説である。

琵琶湖で生息するアユの個体群は、琵琶湖という環境から自然選択を受けている。その結果、琵琶湖で生息するために有利な遺伝子が残りやすくなると同時に、不利な遺伝子は排除されていくと考えられる。これが長期間に渡ると琵琶湖での生息に特化した遺伝子が多く含まれる遺伝子プールが形成される。

富山県の川に琵琶湖のアユを放流することで、放流されたアユは琵琶湖とは異なる環境から新たに自然選択を受けることになる。単年で考えると、放流されたアユのほとんどは生存できなくなる可能性が高いかもしれない。しかし、このような種苗放流は大正時代から継続して行われており、その度に琵琶湖産のアユの遺伝子プールから異なる（新たな）遺伝子が加えられると考えてよい。琵琶湖産のアユの遺伝子プールに含まれる全ての遺伝子が、一度の種苗放流で富山県へ移ってくるわけではないからである。その結果、富山県の川へ移されたアユの個体群は、時間を追うごとに遺伝的多様性を増加させられることが期待できる。もちろん、自然選択により多くの個体数が排除されていくことも考えられる。しかし、琵琶湖産のアユの遺伝子プールで、中立的に存在していた遺伝子（有利でも不利でもないもの）が、富山県の川では有利にはたらく可能性も含まれており、そのような遺伝子が大正時代から富山県のアユの遺伝子プールに蓄積することで、富山県産のアユの生存率が上昇する可能性も期待できる。

もちろん、富山県のアユの遺伝子プールに含まれる中立的かつ独自の遺伝子が遺伝的浮動の影響により損なわれるのと同時に、琵琶湖産のアユ独自の遺伝子が中立的に遺伝子プールへ広がる可能性もあるため、結果的に富山県産のアユの遺伝的多様性が損なわれることもあるかもしれない。長い年月を経て、富山県産のアユがどのような変化をたどってきたのか、また遺伝子プールには有利な形質と不利な形質がどのような遺伝子頻度で含まれているのかを解明することが、継続的に富山県産のアユを維持することに重要となる。